

professore ordinario di logica matematica all'Università di Torino
e *visiting professor* alla Cornell University di Ithaca (New York)



I numeri della pandemia

Matematica ed epidemiologia si uniscono per studiare la diffusione di malattie infettive, come COVID-19

La vaccinazione antivaiolosa fu introdotta nel 1796 da Edward Jenner, dopo aver scoperto che, se si infettavano gli esseri umani con il vaiolo delle vacche (da cui il nome «vaccino»), essi diventavano immuni al vaiolo umano. In precedenza veniva usata una pratica diversa, chiamata inoculazione o variolizzazione, che consisteva nell'infettare gli individui con una forma debole di vaiolo umano, chiamata *minor*, per ottenere una parziale immunità contro la forma forte più letale, chiamata *maior*.

C'erano molte discussioni e resistenze a tal proposito, perché in questa pericolosa pratica si infettavano comunque soggetti sani con il vaiolo, che mieteva molte vittime anche nella forma debole, benché in misura sostanzialmente inferiore alla forma forte. Nel 1760 Daniel Bernoulli effettuò dunque un'analisi della mortalità causata dal vaiolo e dei vantaggi dell'inoculazione per prevenirlo, e cercò di quantificare il vantaggio di un trattamento somministrato a tutti dalla nascita. Il risultato fu che l'inoculazione provocava un aumento di tre anni sull'aspettativa di vita, da 27 a 30 anni circa, e più che un raddoppio dell'età mediana, da 12 a 25 anni: dunque, c'era un evidente interesse nel fare e imporre l'inoculazione.

Per poter effettuare il suo calcolo, Bernoulli introdusse una serie di concetti che sarebbero poi divenuti usuali nella modellizzazione matematica delle epidemie: mortalità (percentuale di morti nella popolazione), suscettibilità (percentuale di persone non immuni e non guarite), contagiosità (percentuale di contagiati fra i suscettibili), letalità (percentuale di morti fra i contagiati) e altro ancora.

Arriva l'indice R

L'approccio di Bernoulli era statico, ma introduceva indirettamente una dinamica mediante una stratificazione della popolazione in fasce d'età. Oggi si preferisce un approccio dinamico dipendente direttamente dal tem-

po, come nell'indice di riproduzione R_t introdotto dal demografo Robert Kuczynski nel libro *Measurement of population growth* (1935), adottato dall'epidemiologo George Mac Donald nell'articolo *Malaria in Britain* (1952), e definito come il numero medio di persone che vengono contagiate da ogni infetto al tempo t .

Quando l'indice R_t è minore di 1, il contagio decelera e tende a scomparire. Quando si stabilizza attorno a 1, diventa un'endemia. E quando è maggiore di 1, accelera in un'epidemia o in una pandemia, con una crescita esponenziale dei casi. In particolare, l'indice R_0 misura la trasmissibilità iniziale dell'infezione nell'intera popolazione, e permette di valutare la soglia dell'immunità di gregge, che assicura il contenimento dell'infezione. Basta infatti che la percentuale degli immuni superi la quantità $(R_0 - 1)/R_0$, pari a $1 - 1/R_0$, affinché al massimo uno dei potenziali contagiati da ciascun infetto sia suscettibile, e dunque il contagio si stabilizzi: per esempio, se R_0 è compreso tra 3 e 5, come nelle varianti del virus del COVID-19, l'immunità di gregge è compresa tra $2/3$ e $4/5$, cioè tra 66 e 80 per cento.

Il modello SIR

Gli indici R_t dipendono non solo dal tipo di infezione, ma anche dal modello usato per valutare i fattori che ne influenzano la diffusione. Il prototipo è stato introdotto da William Kermack e Anderson McKendrick nel 1927, e descrive mediante semplici equazioni differenziali le dipendenze reciproche tra i numeri dei suscettibili (S), degli immuni (I) per natura o per vaccinazione, e dei rimossi (R) in quanto guariti o morti. Modelli come questo sono stati usati nella pandemia di COVID-19 per simulare le curve dei contagi, delle guarigioni e dei decessi, e per pianificare le campagne di vaccinazione, in accordo con il monito di Bernoulli: «Quando è in gioco la salute dell'umanità, non si devono prendere decisioni senza aver fatto tutte le analisi e tutti i calcoli necessari».