

professore ordinario di logica matematica all'Università di Torino
e visiting professor alla Cornell University di Ithaca (New York)



L'alveare ben temperato

Secondo il mito, la regina Didone risolse intuitivamente un problema che da sempre le api risolvono d'istinto

Secondo il mito narrato da Virgilio nell'*Eneide*, all'origine della fondazione di Cartagine ci sarebbe la soluzione di un problema di natura matematica. La regina Didone, fuggita da Tiro e sbarcata sulla costa nordafricana, ottenne dal re locale il permesso di scegliere un appezzamento di terra che stesse racchiuso nella pelle di un bue. Dopo aver ricavato dalla pelle una sottilissima corda, Didone la usò per delimitare la massima area possibile: scelse un appezzamento semicircolare in riva al mare, così da dover delimitare con la corda solo una parte del perimetro. Aveva evidentemente intuito che, a parità di perimetro, il cerchio è la figura con la massima area, come fu poi dimostrato nel 1838 dal matematico svizzero Jakob Steiner.

Il primo essere umano

Didone sarà forse stata il primo essere umano a risolvere intuitivamente un problema di massimo o di minimo, ma certo non il primo animale. La costruzione delle celle degli alveari richiede infatti la soluzione di un simile problema da parte delle api, come riassume l'ingegnere Carlo Emilio Gadda nell'*Adalgisa* (1944):

«Altro problema naturale di minimo, da noi umani solubile per procedimento derivatorio (calcolo differenziale), è il problema di "superficie minima" della chiusura di fondo delle cellette a prisma esagonale dell'arnia. La chiusura di fondo d'ogni celletta prismatico-esagonale è costituita da tre facce rombiche inclinate rispetto all'asse della cella.

L'inclinazione dei tre rombi è tale da risultarne minima la totale superficie e però minimo l'impiego di cera, a parità di volume racchiuso (capienza della cella).

L'operaia-ape ha risolto il problema biologicamente e d'istinto, seppur d'istinto si tratti, o non invece di ragione. Il fisico ed entomologo Réaumur propose la questione al matematico Koenig: il quale, col sussidio del

calcolo, reperì che l'angolo acuto dei rombi doveva risultare di gradi 70 e minuti 34, affinché la superficie di ogni cella risultasse minima (gli angoli de' rombi dipendono dalla inclinazione di essi sull'asse). Colin MacLaurin calcolò 70 e 32, Cramer 70 e 31. Le api avevano adottato e ritengo seguano ad usare 70 e 32, maclaurinizzando ne' secoli.»

Come notato da Gadda, il problema delle api si risolve facilmente con i metodi del calcolo infinitesimale, senza scomodare il moderno calcolo variazionale: le varie soluzioni citate sono solo approssimazioni diverse dello stesso risultato analitico, che richiede il calcolo di alcune radici. A prima vista, sorprende che le cellette non siano semplici prismi a base esagonale, e assomiglino invece a matite a sezione esagonale, con la punta costituita da tre tagli romboidali simmetrici. Col senno di poi, però, si nota un duplice vantaggio: non solo si minimizza la quantità di cera usata, a parità di volume, ma si possono far combaciare due strati paralleli di matite, incastrandoli per le punte.

Basta un angolo

Quest'ultima proprietà rivela la simmetria dell'intera costruzione, perché se le punte delle matite si incastrano perfettamente tra loro, i tre rombi che le determinano devono appartenere a un solido romboidale simmetrico che può riempire lo spazio. Già Keplero, nel libro *Sul fiocco di neve a sei angoli* (1611), aveva intuito che questo solido è il dodecaedro rombico, costituito da 12 rombi uguali, che formano tra loro angoli solidi di 120 gradi: lo si può pensare come un mozzicone di matita esagonale (6 rombi a zig-zag in verticale), con due punte triangolari da entrambi i lati (3 rombi ciascuna). Si scopre così che nelle celle dell'alveare gli angoli solidi formati dalle pareti e dalla punta sono tutti di 120 gradi: alle api basta dunque saper costruire istintivamente tali angoli, per poter costruire l'intero alveare.