di Piergiorgio Odifreddi

professore ordinario di logica matematica all'Università di Torino
e *visiting professor* alla Cornell University di Ithaca (New York)

La parabola della parabola

Da Archimede a Isaac Newton, la lunga storia di una curva e del calcolo delle sue proprietà

Le Olimpiadi sono nate a Olimpia nel −776, e si sono tenute ogni quattro anni per più di un millennio. Alla cerimonia di apertura si accendeva un fuoco sacro nel tempio di Era, e la scintilla veniva appiccata con una parabola di bronzo levigata, che concentrava i raggi del Sole in un unico punto. Se la tradizione è veritiera, la parabola e le sue proprietà focali sono state scoperte molto presto. Sicuramente non sono posteriori al −350 circa, quando un certo Menecmo risolse il problema della duplicazione del cubo usando l'intersezione di una parabola e di un'iperbole. Un secolo dopo Apollonio scoprì che le due curve, e anche l'ellisse, si potevano ottenere sezionando in vari modi un cono: da qui il nome di «sezioni coniche».

Nell'antichità

Nel periodo tra Menecmo e Apollonio un certo Aristeo scoprì un modo alternativo di descrivere la parabola, come luogo dei punti equidistanti da un punto e una retta. Poiché le distanze dal punto convergono tutte in esso, e le distanze dalla retta sono tutte parallele, Aristeo derivò una doppia proprietà dello specchio parabolico. Da un lato, esso fa convergere i raggi paralleli del Sole in quell'unico punto, chiamato appunto fuoco. Dall'altro lato, un lume posto nel fuoco non disperde la luce in tutte le direzioni, ma direziona tutti i raggi perpendicolarmente a quell'unica retta, chiamata appunto direttrice.

Aristeo scoprì anche che i punti la cui distanza dal fuoco è maggiore della distanza dalla direttrice costituiscono un'iperbole, e quelli la cui distanza è minore un'iperbole. E poiché c'è un solo modo di essere uguale, ma molti di essere maggiori o minori, ci si accorse che c'è un'unica parabola, ma ci sono infinite ellissi e infinite iperboli. In altre parole, le parabole differiscono fra loro solo per la scala, mentre le ellissi e le iperboli possono essere sostanzialmente diverse.

Verso il −250 Archimede si pose il problema di calcolare l'area del segmento di parabola contenuto in un quadrato unitario, e lo risolse in due modi diversi. Nel *Metodo* paragonò il segmento a un triangolo pari a metà del quadrato, tagliando entrambi in striscioline infinitesime e «pesandole» due a due su una bilancia dai bracci disuguali, usando il principio della leva da lui stesso scoperto. In *Quadratura della parabola* approssimò invece la parabola mediante una successione infinita di triangoli, calcolando la somma di una progressione geometrica di ragione 1/4. In entrambi i casi ottenne come area del segmento parabolico i 2/3 dell'area del quadrato.

Un gioco da ragazzi

Le cose cambiarono radicalmente e rapidamente nel Seicento, grazie all'introduzione della geometria cartesiana. Bonaventura Cavalieri sviluppò una geometria degli indivisibili che sistematizzava il primo metodo di Archimede, basato sul paragone tra elementi infinitesimi, e fu in grado di calcolare non solo l'area determinata dalla funzione quadratica corrispondente alla parabola, ma anche l'area delle curve determinate dalle analoghe funzioni di grado superiore. In seguito John Wallis sviluppò a sua volta un'algebra degli infiniti che sistematizzava invece il secondo metodo di Archimede, basato sul calcolo delle somme infinite, e riottenne in tal modo i risultati di Cavalieri.

Ma il tocco finale lo diede Isaac Newton nella primavera 1665, scoprendo nello studio della parabola prima, e dell'iperbole poi, i casi particolari di quello che in seguito divenne il teorema fondamentale del calcolo: cioè, che per calcolare l'area determinata da una funzione non è necessario soppesare parti infinitesime o calcolare somme infinite, ma è sufficiente trovare l'antiderivata. Dopodiché ricavare il risultato di Archimede divenne un gioco da ragazzi, e oggi lo si insegna nelle scuole.