

professore ordinario di logica matematica all'Università di Torino
e visiting professor alla Cornell University di Ithaca (New York)



Due giochi e una magia

La relazione tra Tris e Scarabeo Numerico
che passa per il quadrato magico

Nell'*Ars amatoria* Ovidio descrive vari giochi che potevano servire da preludi amorosi, di uno dei quali diceva: «Si dispongono ordinatamente sassolini su una tavoletta, come i mesi sul calendario, e vince chi ne mette tre in fila. È un peccato se una donna non sa giocarlo, perché induce spesso all'amore». Questo gioco, testimoniato anche da molti ritrovamenti archeologici, era chiamato *terni lapilli*, «tripli sassolini».

Si trattava di una variante del nostro Tris, che si gioca su una scacchiera tre per tre. I due giocatori alternano le proprie mosse, che consistono nel porre in una casella libera il proprio simbolo: di solito, X uno e O l'altro. Vince chi riesce a metterne tre in fila su una riga, una colonna o una diagonale. Volendo, invece che sulle caselle di una scacchiera tre per tre, lo si può anche giocare sui vertici di una scacchiera due per due. O su otto punti di una conferenza, collegati al centro dai raggi.

Vincere, perdere o pareggiare

Il numero di modi in cui i giocatori possono riempire le nove caselle della scacchiera è il fattoriale di 9, cioè 362.880, anche se solo 45.360 disposizioni sono diverse, perché la scacchiera ha otto simmetrie: quattro rotazioni attorno al centro, e quattro riflessioni attorno agli assi e alle diagonali. Ma poiché una partita finisce se tre simboli uguali sono allineati, il numero scende a 255.168 o 31.896: il calcolo si fa contando quante partite finiscono dopo 5, 6, 7, 8 o 9 mosse con la vittoria di uno dei giocatori, e quante dopo 9 mosse con una patta.

Naturalmente, queste sono tutte le partite possibili, incluse quelle in cui uno o entrambi i giocatori fanno mosse stupide o sbagliate. Ma giocando attentamente, ogni giocatore può sempre evitare di perdere: se lo fanno entrambi, la partita si conclude sempre in parità. È il motivo per cui, nella scena finale del film *War games* (1983), il computer viene fatto giocare contro se stesso per costringerlo ad

andare in tilt e ammettere: «Strano gioco, l'unica mossa vincente è non giocare».

Mentre il Tris è un gioco geometrico, lo Scarabeo Numerico è un gioco aritmetico, che si gioca con i numeri da 1 a 9. Anche qui i due giocatori alternano le proprie mosse, che consistono nel scegliere uno dei numeri rimasti a disposizione. Vince chi ne sceglie tre che abbiano somma uguale a 15. E se nessuno ci riesce, la partita è pari.

Anche qui la strategia più ovvia da seguire è evitare che l'avversario vinca, e di nuovo la cosa è sempre possibile per entrambi i giocatori: in altre parole, si può sempre forzare una patta. L'intuizione in gioco nello Scarabeo Numerico è però completamente diversa e richiede l'uso delle otto scomposizioni di 15 in tre numeri diversi tra 1 e 9. Ma volendo continuare a pensare geometricamente, si possono immaginare i numeri da 1 a 9 come punti, e le scomposizioni di 15 in somme di tre numeri come rette passanti per tre punti.

Si ottiene così il quadrato magico chiamato *Lo Shu* dai cinesi, che ha per esempio i numeri 6, 1 e 8 nella prima riga, 7, 5 e 3 nella seconda, e 2, 9 e 4 nella terza. Le sue tre righe, tre colonne e due diagonali costituiscono le otto rette corrispondenti alle otto decomposizioni di 15 in tre numeri tra 1 e 9, e lo Scarabeo Numerico è equivalente al Tris giocato sul quadrato magico: una decomposizione di 15 in tre numeri nel primo corrisponde a una serie di tre simboli uguali allineati nel secondo, e viceversa.

Rette e punti del gioco

I due giochi sono definiti in maniera duale, nel senso che nel Tris si parte dai punti (le caselle), su cui passano le rette, mentre nello Scarabeo Numerico si parte dalle rette (le scomposizioni), su cui stanno i punti. E il loro collegamento sta nella doppia natura del quadrato magico, i cui numeri costituiscono le caselle del Tris, e le cui rette le scomposizioni dello Scarabeo Numerico.