

professore ordinario di logica matematica all'Università di Torino
e *visiting professor* alla Cornell University di Ithaca (New York)



Fiocchi di neve sull'alveare

Le strutture esagonali sono ovunque in natura, grazie alla loro efficienza nello sfruttare lo spazio disponibile

Nel 1969 l'artista ungherese Victor Vasarely pubblicò otto stampe colorate intitolate *Hommage À La Hexagone*. Più in generale, l'artista sfruttò sistematicamente nelle sue opere il fatto che un esagono contiene tre rombi regolari con angoli di 60 e 120 gradi, collettivamente percepiti come un cubo reversibile: i rombi si vedono infatti come le facce di un cubo, che quando sono alternativamente interpretate come interne o esterne producono un effetto cognitivo paradossale, già sfruttato dai romani nei loro mosaici.

Dal punto di vista geometrico l'esagono è il poligono più semplice da disegnare: basta partire da un cerchio, e riportare per sei volte con il compasso un raggio sulla circonferenza. Una volta ottenuto un esagono, le sue diagonali lo dividono in sei triangoli equilateri. Gli archi di cerchio costruiti sui lati dei triangoli interni formano invece una figura a sei spicchi nota a molte civiltà antiche, dagli egizi agli indiani, e più recentemente adottata come simbolo dalla Padania, con il nome di Sole delle Alpi.

Viceversa, un triangolo equilatero contiene un esagono che occupa due terzi della sua area: per ottenerlo, basta tagliare le punte del triangolo a un terzo dei lati dai vertici. Tagliando le punte dei solidi regolari a facce triangolari si ottengono solidi troncati con due tipi di facce regolari: le une esagonali, e le altre triangolari, quadrate o pentagonali, a seconda che il solido di partenza sia un tetraedro, un ottaedro o un icosaedro.

Un esagono spaziale

Gli esagoni sono, insieme ai triangoli e ai quadrati, gli unici poligoni regolari che possono coprire da soli il piano: per questo si ritrovano nelle strutture cristalline esagonali, dal quarzo al grafene. Sono ovunque in natura, dai fiocchi di neve alle squame sul carapace delle tartarughe, ma il più grande esagono conosciuto è stato scoperto nel 1981 dalla sonda

Voyager 1 nell'atmosfera di Saturno: si tratta di un singolare vortice a forma esagonale, rotante attorno al Polo Nord del pianeta.

La più conosciuta occorrenza dell'esagono in natura è però quella usata dalle api nella costruzione degli alveari. Già il matematico greco Pappo di Alessandria notava: «La progettazione degli alveari segue un'intuizione geometrica. Le api sicuramente pensano che le celle devono essere contigue, per evitare che le impurità si inseriscano fra di esse e rendano scadente il miele. Possono dunque scegliere solo fra tre poligoni regolari, perché non si accontenterebbero certo di quelli irregolari. E fra i tre scelgono quello con il maggior numero di angoli, perché immaginano che conterrà la maggior quantità di miele».

Da due a tre dimensioni

Un conto è però capire perché le celle esagonali sono efficienti, e un altro è risolvere il problema di come vengano costruite dalle api. La soluzione dovette attendere il 1611, quando nella natalizia *Strena seu de nive sexangula* Keplero spiegò che la struttura esagonale emerge automaticamente: basta costruire celle circolari, e disporle in modo da lasciare fra loro il minor spazio possibile. Se invece le celle fossero disposte secondo una disposizione a scacchiera, che lascia un maggior spazio libero, si produrrebbe automaticamente una struttura quadrata.

Lo stimolo originale della strenna di Keplero era però l'analogo problema della migliore disposizione di sfere nello spazio, e solo nel 1998 Thomas Hales è riuscito a dimostrare ciò che era apparentemente ovvio: la disposizione che occupa il minor volume, a parità di sfere, è quella a strati esagonali sfalsati, le sfere di ciascuno dei quali riempiono gli avvallamenti del precedente. Anche se, senza aspettare il teorema, gli uomini hanno da sempre impiegato questa disposizione, per impilare le palle di cannone o le arance.