

professore ordinario di logica matematica all'Università di Torino
e *visiting professor* alla Cornell University di Ithaca (New York)



Misteri trinitari

Il triangolo equilatero è al centro di numerose curiosità geometriche e umanistiche

A riprova del fatto che il triangolo equilatero è la più semplice figura geometrica non banale, gli *Elementi* di Euclide ne provano l'esistenza nella prima proposizione del primo libro. La costruzione è semplice: dato un segmento, basta tracciare i due cerchi aventi per raggio il segmento e per centri i suoi estremi, e poi congiungere uno dei due punti di intersezione dei due cerchi ai due estremi del segmento.

Ma la semplicità della dimostrazione è illusoria: niente assicura che due cerchi che passano uno sull'altro si intersechino, perché nessuno degli assiomi di Euclide stabilisce che i cerchi (o le rette) siano senza buchi. In altre parole, c'è un problema di continuità delle curve, e non è un caso che ad accorgersene sia stato Gottfried Leibniz nel Seicento, quando la nozione di continuità divenne centrale per il nascente calcolo infinitesimale.

Un libro su questa figura geometrica

Rimane comunque il fatto che il triangolo equilatero è una figura elementare, e a prima vista stupisce che Brian McCartin sia riuscito a dedicargli un intero libro di 250 pagine, con più di 300 citazioni bibliografiche, intitolato *Mysteries of the Equilateral Triangle* (2010) e facilmente scaricabile in rete. Anche se basta cominciare a pensare all'argomento, affinché le curiosità umanistiche e le proprietà scientifiche fiocchino.

Per esempio, l'intersezione dei due cerchi nella costruzione precedente, che permette di trovare due triangoli equilateri opposti aventi per base comune il segmento di partenza, individua una figura curva chiamata *vesica piscis* o mandorla, perché somiglia alla vescica natatoria dei pesci e al frutto della mandorla: la si trova spesso nei mosaici bizantini e nelle pitture medievali, con incastonate le figure di Cristo o della Madonna. Facendo scorrere i due triangoli equilateri uno sull'altro si ottiene invece la stella di David, presente anche

nella cultura induista come simbolo dell'unione mistica di Shiva e Shakti.

Un triangolo equilatero isolato, ovvio simbolo della Trinità, è stato usato da Leonardo per rappresentare la figura di Cristo nell'*Ultima cena*, e dai padri fondatori degli Stati Uniti come Occhio della Provvidenza, nel retro dello stemma della nazione e sulle banconote da un dollaro. Più profanamente, per rappresentare i tre Doni della Morte i romanzi di Harry Potter usano un triangolo equilatero con la sua altezza e il suo cerchio inscritto.

Un collegamento numerico fra gli ultimi tre simboli è dato dalla radice quadrata di 3, che interviene nelle espressioni dell'altezza del triangolo equilatero, e dunque dell'area e dei raggi dei cerchi inscritto e circoscritto: questi ultimi, infatti, sono rispettivamente un terzo e due terzi dell'altezza.

La punta di un iceberg

I triangoli equilateri coincidono con i triangoli equiangoli: cosa che non vale per i quadrilateri, perché non tutti i rettangoli sono quadrati. Il triangolo equilatero è inoltre quello di area massima tra i triangoli con lo stesso perimetro, quello di area massima tra i triangoli inscritti in un cerchio, e quello di area minima tra i triangoli circoscritti a un cerchio. Il triangolo equilatero è quello con il massimo numero di simmetrie: ne ha sei, cioè le tre riflessioni attorno alle altezze e le tre rotazioni attorno al centro. Infine, il triangolo equilatero è l'unico ad avere tutti i lati e gli angoli razionali.

Oltre a fornire una delle tre piastrellazioni regolari del piano (con quadrato ed esagono), e le facce di tre dei cinque solidi regolari (tetraedro, ottaedro e icosaedro), il triangolo equilatero è protagonista di tre dei teoremi che i Greci mancarono, e che furono scoperti in seguito da Vincenzo Viviani, Napoleone e Frank Morley. Ma tutto questo non è che la punta di un iceberg sommerso, scandagliato a fondo nel libro di McCartin.