

A proposito di biologia e matematica

Il professor Angelo Vulpiani del Dipartimento di fisica della «Sapienza» Università di Roma ci ha inviato alcune osservazioni, riportate di seguito, che riguardano l'articolo dal titolo *Innumeri della lotta per la vita*, pubblicato dal professor Piergiorgio Odifreddi nella sua rubrica a p. 14 di «Le Scienze» di dicembre 2018.

Questo articolo sulla biomatematica è rovinato da non poche inesattezze. Un vero peccato, un argomento così bello, nato dal contributo di un grande matematico come Vito Volterra, avrebbe meritato un po' più di cura.

Volterra era il suocero, non il genero, di D'Ancona (questo era il vero nome, non D'An-tona).

L'equazione logistica

$$\frac{dx}{dt} = ax(1-x) \quad (1)$$

non può avere un comportamento oscillante e tanto meno caotico, è facile mostrare che per $a > 0$, se $x(0) > 0$ si ha sempre un comportamento monotono verso il punto fisso $x_* = 1$ che viene raggiunto da sotto se $x(0) < 1$ o da sopra se $x(0) > 1$. Questo è materia per studenti universitari del primo o secondo anno.

In due dimensioni in un sistema autonomo di equazioni differenziali non si possono avere comportamenti diversi da avvicinamento a moti periodici o a punti fissi, questo è assicurato da un ben noto teorema del XIX secolo dovuto a Poincaré e Bendixon, che si studia

in ogni corso in cui si trattano le equazioni differenziali. Quindi non si può avere caos, infatti le equazioni di Lotka-Volterra hanno un comportamento periodico.

Il comportamento periodico e caotico descritto da May in un articolo molto noto, non è per l'equazione logistica, ma per la mappa logistica in cui il tempo è discreto

$$x_{t+1} = rx_t(1-ax_t)$$

La terminologia «effetti reciproci lineari» non è quella che viene comunemente utilizzata e non è molto felice in quanto può generare una certa confusione: da un'assunzione «lineare» si arriva a equazioni non lineari.

È vero che le equazioni di Lotka-Volterra hanno dei problemi come modello realistico di ecosistemi ma non per i motivi riportati, esistono delle generalizzazioni dovute, tra gli altri, a Kolmogorov (che come omaggio a Volterra, pubblicò alcuni articoli in italiano) e Smale.

Dettaglio minore: le ultime equazioni scritte nella forma attuale hanno dei problemi, probabilmente una svista.

Di seguito riportiamo la risposta di Piergiorgio Odifreddi:

Ringrazio il professor Vulpiani per aver cortesemente segnalato le mie imprecisioni ortografiche e tecniche nella rubrica citata. Volendo mettere troppa carne al fuoco, ho finito per confondere il lettore sulla differenza tra discreto e continuo. In futuro mi atterrerò al saggio motto leninista: «Meglio meno, ma meglio». Per ora, per trattamenti divulgativi dell'equazione continua di Volterra e di quella discreta di May rimando al libro *Vito Volterra*, di Judith Goodstein (Zanichelli, 2009), e al mio *Abbasso Euclide!* (Rizzoli, 2013), rispettivamente.

ERRATA CORRIGE

Nel numero di novembre 2018, nell'articolo dal titolo *L'ultimo rimasto*, a partire da p. 60 viene usato varie volte erroneamente il termine «Mesolitico» invece di

«Paleolitico Medio» e/o di «Middle Stone Age».

Si tratta di un errore, come si evince dai contenuti dell'articolo e dal quadro cronologico a cui si fa

riferimento, che indicano quella fase del Paleolitico in cui l'uso di schegge ritoccate si sostituisce a un diverso utilizzo della stessa materia prima, che precedentemente era

focalizzato sui nuclei, come per esempio accadeva nei contesti dell'Acheuleano o, più in generale, nel Paleolitico Inferiore. Ci scusiamo con i lettori.