di Piergiorgio Odifreddi
professore ordinario di logica matematica all'Università di Torino
e visiting professor alla Cornell University di Ithaca (New York)

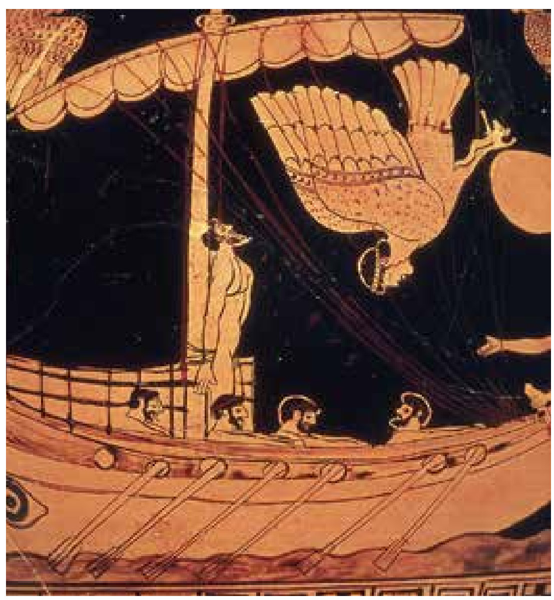
Tenere la rotta

Come tradurre curve sferiche in rette piane sulle carte di navigazione

Nel V canto dell'*Odissea,* Ulisse torna finalmente a casa navigando dall'isola di Ogigia, dov'era vissuto per sette anni con la ninfa Calipso, all'isola di Itaca, dove la moglie Penelope lo attende da vent'anni. In una dozzina di versi Omero fornisce con precisione i dati del viaggio, dicendo che l'eroe naviga per 18 giorni tenendo prima gli occhi fissi alle Pleiadi e poi «al tardo a tramontar Boote», e lasciandosi sempre a sinistra l'Orsa «che sola nel liquido Ocean sdegna lavarsi».

La strana rotta era dovuta al fatto che Ulisse, al calar della notte, poteva prima seguire le Pleiadi. Poi, quando tramontavano, poteva rivolgersi verso Arturo nella costellazione di Boote, che rimaneva visibile più a lungo: la rotta corretta era dunque compresa fra questi due estremi. Quando anche Arturo spariva, per il resto della notte Ulisse seguiva l'indicazione di massima di tenere a sinistra l'Orsa: essendo nell'emisfero settentrionale, questo gli permetteva di continuare a navigare da ovest a est.

Il brano di Omero mostra quanto fosse difficile navigare nell'antichità seguendo solo le stelle: in particolare, al tramonto Ulisse procedeva a zig zag, di notte aveva solo un'indicazione di massima, e di giorno doveva cercare di andare da ovest a est in base al Sole. Ovviamente, tutto cambiò con l'arrivo della bussola, e il primo a proporre di seguire una rotta con un angolo costante rispetto alla direzione del nord magnetico fu il portoghese Pedro Nunes, nel *Trattato in difesa delle carte nautiche* del 1537.



Tentazioni. Ulisse incontra le sirene durante il suo viaggio in mare, particolare di un vaso del 480-470 a.C.

Come mostra già il titolo della sua opera, il problema da risolvere era di tipo cartografico: si dovevano cioè disegnare carte geografiche che traducessero le curve sferiche a inclinazione costante rispetto al nord in rette piane sulla carta. In particolare, benché i meridiani convergano tutti nei due poli, essi si sarebbero dovuti rappresentare invece come rette parallele.

Ci sono molti modi di soddisfare questa condizione. Per esempio, basta avviluppare un foglio attorno all'equatore di una sfera, e proiettarne la superficie sul foglio dal centro della sfera: in tal caso si ottiene però una carta cilindrica infinita. Oppure, si può proiettare la superficie sul foglio perpendicolarmente all'asse dei poli: in tal caso però uno stesso segmento sulla sfera viene poco distorto se è vicino all'equatore, e molto se è vicino ai poli.

La soluzione vincente, ai fini della navigazione, fu quella proposta da Mercatore nel 1569, che modificava gradualmente la scala della distorsione via via che ci si avvicinava ai poli, in modo da far effettivamente corrispondere le linee rette che congiungono due punti sulla carta alle linee curve sulla sfera che formano sempre lo stesso angolo rispetto ai meridiani. Queste linee spiraliformi si chiamano lossodrome (da *loxos*, «curvo», e *dromos*, «percorso»): ne sono esempi particolari, oltre ai meridiani e ai paralleli, le bucce d'arancia tagliate tenendo appunto il coltello ad angolo costante rispetto all'asse.

In generale, però, le linee più brevi che collegano due punti non sono gli archi di lossodroma, ma gli archi dei cerchi massimi (come i meridiani e l'equatore). In particolare, se due punti stanno su uno stesso parallelo, come New York e Napoli, seguire il parallelo è comodo per la navigazione marina con la bussola, ma non è la via più breve: infatti gli aerei seguono una rotta che se ne allontana, e che appare stranamente incurvata sulla carta.

Le lossodrome esistono anche su superfici curve diverse dalla sfera. Per esempio, su un toro, per un punto passano due cerchi (un parallelo e un meridiano) perpendicolari fra loro: uno sul piano parallelo all'equatore del toro, e l'altro sul piano perpendicolare e passante per il centro. Ma ne esistono anche altri due, detti cerchi di Villarceau, che sono appunto le lossodrome che intersecano i paralleli e i meridiani ad angolo costante. Tagliando il toro lungo queste lossodrome si ottengono spicchi da cui sono derivati quelli usati nella prima metà del Quattrocento da Brunelleschi per la cupola dodecaedrica a ombrello della Cappella Pazzi a Firenze.

Ma le migliori espressioni artistiche della lossodroma le ottenne Escher, in una serie di opere degli anni cinquanta. Prima, in maniera matematicamente più approssimata, in *Rind* (1955), *Legame d'unione* (1956) e *Vortici* (1957). E poi, in maniera matematicamente più precisa, in *Spirali sferiche* (1958) e *Superficie sferica con pesci* (1958), a conferma del suo interesse anche per gli aspetti meno noti della matematica.

Leemage/UIG via Getty Images