

di Pierniggiorgio Odifreddi

professore ordinario di logica matematica all'Università di Torino
e visiting professor alla Cornell University di Ithaca (New York)



Oscuri segreti di geni matematici

Alcuni grandi risultati sono stati ottenuti con metodi poco noti o sconosciuti

Qualcuno disse una volta che i geni sono sicuramente più intelligenti di noi, ma soprattutto pensano diversamente da noi: in altre parole, differiscono qualitativamente, oltre che quantitativamente, dalle persone normali. Una conferma di questa intuizione la si può ottenere andando a curiosare nel retro della mente dei grandi matematici, per scoprire con quali metodi siano arrivati ai risultati che li hanno resi famosi. Metodi che spesso sono stati tenuti segreti dai loro scopritori, e spesso rimangono poco noti o sconosciuti.

Tutti ricordiamo, per esempio, le famose formule di Archimede per la circonferenza e l'area del cerchio, e per la superficie e il volume della sfera. Oggi si dimostrano con il calcolo infinitesimale, ma nei lavori di Archimede erano dimostrate per assurdo: per esempio, per provare che l'area di un cerchio è uguale a π per il raggio al quadrato, lui derivava separatamente due contraddizioni dal fatto che essa fosse maggiore, o minore, di quel valore.

La domanda ovvia è, però, come gli fosse venuto in mente che proprio quello era il valore che bisognava considerare per escludere che l'area fosse maggiore o minore di esso, e dunque non potesse che essergli uguale. La risposta venne alla luce nel 1906, quando a Costantinopoli fu ritrovata su un palinsesto bizantino una sua perduta lettera a Eratostene, in cui spiegava appunto quale fosse il suo metodo: egli divideva l'area da calcolare in tante strisciole infinitesime, ne calcolava i «pesi» usando il principio della leva che aveva scoperto in meccanica, e poi li sommava concentrandoli nel baricentro. Si trattava, cioè, di un metodo fisico per ottenere risultati geometrici.

Le dimostrazioni di Archimede anticiparono in parte il calcolo infinitesimale, che fu poi sviluppato da Isaac Newton e da Gottfried Wilhelm von Leibniz. Uno dei risultati fondamentali di questo calcolo fu il teorema del binomio, che oggi si dimostra solo dopo aver sviluppato una buona parte del meccanismo delle serie. Per Newton, invece, quello fu uno dei primi banchi di prova delle sue intuizioni sulle serie stesse, e vale la pena di andare a vedere come ci arrivò, per ammirare le sue capacità matematiche.

Ovviamente, il teorema non presenta difficoltà quando lo si ap-

plica a esponenti interi, e in tal caso si riduce alle note formule per lo sviluppo delle potenze di un binomio: per esempio, $1 + x$ elevato al quadrato è pari a $1 + 2x + x^2$, ed elevato al cubo a $1 + 3x + 3x^2 + x^3$. Newton notò che i coefficienti 121 e 1331 corrispondevano alle potenze di 11, e potevano essere facilmente generati mediante il cosiddetto «triangolo di Pascal». Ma intuì che erano in realtà soltanto le parti iniziali di sequenze infinite, in cui tutti gli altri coefficienti delle potenze superiori di x erano nulli.

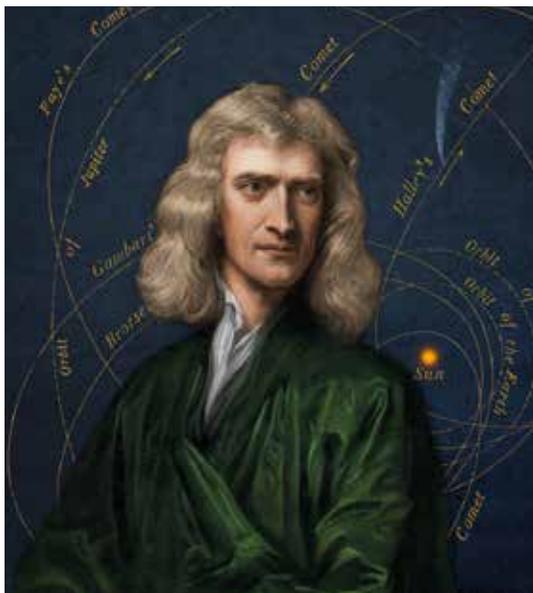
Dispose allora questi coefficienti in una matrice doppiamente infinita, le cui righe cominciavano rispettivamente per 1, 11, 121, 1331, eccetera, e continuavano tutte con infiniti zeri. Si chiese poi come sarebbe stato possibile aggiungere una riga sopra tutte, in modo da preservare la regola di costruzione del triangolo di Pascal, e vide che quella riga era costituita da una serie di 1 e -1, alternati all'infinito.

Ma se le righe successive corrispondevano agli esponenti 0, 1, 2, 3, eccetera, del binomio $1 + x$, quella aggiunta sopra avrebbe dovuto corrispondere all'esponente -1: cioè, all'inverso del binomio. E i numeri 1 a segni alterni corrispondevano ai coefficienti del suo sviluppo nella serie $1 - x + x^2 - x^3$, eccetera.

Aggiungendo righe agli inizi, Newton trovò in maniera analoga gli sviluppi in serie del binomio per esponenti interi negativi. E interpolando tra una riga e l'altra ottenne gli sviluppi anche per esponenti frazionari e reali. L'analisi infinitesimale fu tutta sviluppata da Newton ed Eulero con analoghe intuizioni acrobatiche, e dovrebbe essere inse-

gnata in quel modo agli studenti che non si accontentano di «sapere che», ma pretendono anche di «sapere perché».

Lo stesso vale per la logica, dove Kurt Gödel scoprì il proprio famoso teorema con la semplice osservazione che la dimostrabilità è definibile negli usuali sistemi matematici, ma la verità no: dunque, o ci sono teoremi falsi, e il sistema è incorretto, o ci sono verità indimostrabili, e il sistema è incompleto. Rimangono invece insondabili i percorsi mentali seguiti nella teoria dei numeri da Srinivasa Ramanujan, che non riuscì mai a farli emergere dal proprio inconscio e si limitò ad attribuirli all'ispirazione divina della dea Namagiri, dimostrando che alcuni segreti matematici rimangono tali anche per i loro scopritori.



Mente immortale. Ritratto di Isaac Newton, che tra l'altro sviluppò il calcolo infinitesimale.