

di Pierniggiro Odifreddi

professore ordinario di logica matematica all'Università di Torino
e visiting professor alla Cornell University di Ithaca (New York)



Le radici della fotografia

Un breve percorso storico tra geometria e matematica delle macchine fotografiche

Esattamente un millennio fa l'arabo Alhazen produsse una monumentale *Ottica* in sette volumi in cui, fra le altre cose, istituì un parallelo tra l'occhio umano e la macchina fotografica (anche se lui faceva riferimento a quella sua antesignana che fu la camera oscura): la pupilla corrisponde al foro dell'obiettivo, il cristallino alla lente focalizzante, l'iride al diaframma, la palpebra all'otturatore e la retina alla pellicola.

In realtà, come è tipico delle lenti, il cristallino mette a fuoco l'immagine soltanto su una piccola area della retina, chiamata fovea: per focalizzare tutta l'immagine è necessaria una continua serie di veloci oscillazioni dell'occhio, le «saccadi». E il motivo per cui non ci viene il mal di mare guardando, come invece ci viene se muoviamo velocemente la testa a occhi aperti, è perché durante ciascun movimento inconscio degli occhi il cervello effettua una «soppressione saccadica» che inibisce la percezione ottica.

La visione è dunque l'analogo di un film costituito da una successione di istantanee, ciascuna scattata con un particolare tempo di esposizione e una particolare apertura dell'iride, che nelle macchine fotografiche corrisponde all'apertura del diaframma. La quantità di luce che entra nell'obiettivo dipende dalla combinazione dei due elementi, ma non in maniera univoca: la stessa quantità di luce si può ottenere con diverse combinazioni, che vanno da un diaframma più aperto e un'esposizione più breve a un diaframma più chiuso e un'esposizione più lunga.

Analogamente, in geometria la stessa ipotenusa di un triangolo rettangolo si può ottenere con diverse combinazioni di cateti: precisamente, tutti quelli che corrispondono a un vertice situato sul cerchio avente per diametro l'ipotenusa data. E in relatività lo stesso intervallo spazio-temporale si può ottenere con diverse combinazioni di distanze spaziali e durate temporali: precisamente, tutte quelle che corrispondono a un vertice situato sull'iperbole avente per distanza focale l'intervallo dato.

L'analogia fra i due esempi citati deriva dal fatto che nella relatività lo spazio è iperbolico, anziché euclideo, e l'espressione che determina la distanza è una differenza di quadrati, anziché una

somma. L'analogia con la fotografia deriva invece dal fatto che l'apertura del diaframma determina una superficie spaziale, e l'esposizione una durata temporale.

Nel 1954 le maggiori industrie fotografiche adottarono la definizione di «valore di esposizione» proposta da Friedrich Deckel, come logaritmo in base 2 del rapporto tra la superficie di apertura del diaframma e il tempo di esposizione: $VE = \log_2 A/T$. Il valore di esposizione 0 corrisponde a un rapporto A/T pari a 1, stabilito come la quantità di luce che entra nell'obiettivo completamente aperto in un secondo. L'uso del logaritmo in base 2 fa sì che, a ogni incremento unitario del valore di esposizione, se l'apertura

rimane costante, il tempo si dimezzi, e se il tempo rimane costante, l'apertura si dimezzi. Per esempio, il valore di esposizione 1 corrisponde a un obiettivo tutto aperto per mezzo secondo, o a un obiettivo mezzo aperto per un secondo.

A obiettivo tutto aperto la sequenza crescente dei valori di esposizione 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, eccetera, corrisponde dunque teoricamente a tempi decrescenti pari a $1/2$, $1/4$, $1/8$, $1/16$, $1/32$, $1/64$, $1/128$, $1/256$, eccetera. In pratica per comodità si arrotondano questi valori a $1/2$, $1/4$, $1/8$, $1/15$, $1/30$, $1/60$, $1/125$, $1/250$, eccetera.

Analogamente, a obiettivo aperto per un secondo la sequenza crescente dei valori di esposizione corrisponde a superfici decrescenti del diaframma. Ma, essendo scomodo lavorare direttamente con le superfici, si lavora indirettamente con i quadrati dei diametri: per dimezza-

re la superficie bisognerà dunque dividere il diametro per la radice di 2, che è pari a circa 1,4. Le aperture decrescenti del diaframma corrisponderanno dunque teoricamente a divisioni per le potenze della radice di 2, cioè 1.4, 2, 2.8, 4, 5.6, 8, 11.2, 16, eccetera, e in pratica a divisioni per 1.4, 2, 2.8, 4, 5.6, 8, 11, 16, eccetera.

Un diaframma 2.8 e un tempo di $1/125$, per esempio, sono equivalenti come valore di esposizione a un diaframma 4 e un tempo $1/60$. Ma le rispettive fotografie no, perché aumentando il diaframma si riduce la profondità di campo della messa a fuoco, e aumentando il tempo si aumenta l'effetto mosso: due aspetti indipendenti che non si possono controllare simultaneamente, per una sorta di «principio di indeterminazione» fotografico.



Sessant'anni e più. Nel 1954 le industrie fotografiche adottarono una definizione di valore di esposizione.