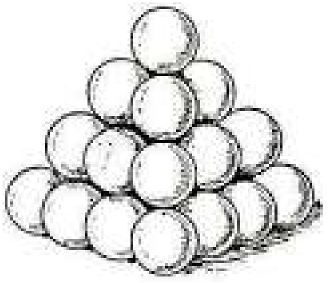
Il caso



Dagli alveari al modo di accatastare le arance al Nobel per il grafene Così la “congettura di Keplero” è diventata un rebus matematico Anche in spazi pluridimensionali

È nascosto ma è ovunque ode all’enigma dell’esagono

PIERGIORGIO ODIFREDDI

Natale del 1611. L’astronomo Giovanni Keplero guarda dalla finestra la neve che scende, e che quella notte gli impedirà di osservare il cielo stellato. Il suo sguardo, abituato a distinguere a occhio nudo le minime variazioni nei puntini luminosi delle stelle, nota che i fiocchi che si depositano sui vetri sono tutti diversi tra loro. Dunque, i cristalli di neve non si assomigliano affatto l’un l’altro, come le gocce d’acqua da cui si sono formati: al contrario, ciascuno di essi ha la propria forma individuale. E a questa prima sorpresa se ne aggiunge una seconda: tutti i fiocchi hanno in comune una simmetria esagonale, come se appartenessero a un’unica galassia di stelle a sei punte, infinitamente variegate. Keplero capisce che dietro questa curiosità artistica si nasconde un mistero scientifico. Per fissare le idee compone all’istante una *Strenna sulla neve esagonale* e la manda come regalo di capodanno a un barone, suo amico e protettore. E in essa nota che la simmetria esagonale non è affatto confinata ai fiocchi di neve: al contrario, a ben pensarci, sembra essere ubiqua nel mondo della Natura.

Già gli antichi avevano notato che anche le celle degli alveari sono esagonali, ma Keplero prova a immaginare come le api possano costruirle. Senza fantasticare su una loro improbabile abilità matematica, come aveva fatto più di un millennio prima Pappo di Alessandria, l’astronomo cerca di simulare l’indefesso lavoro delle api stipando il maggior numero di monete uguali una vicino all’altra. E si accorge che se si dispongono ordinatamente le monete a scacchiera, su righe e colonne perpendicolari fra loro, si lascia molto spazio libero fra esse. Se invece di accomodano attorno a ciascuna moneta altre sei monete in circolo, si lascia molto meno spazio libero. I centri di sei monete disposte attorno a una moneta centrale formano un esagono, e l’alveare è dunque costruito come una griglia esagonale. Keplero si domanda se ci siano altre griglie più efficienti, o se invece le api abbiano istintivamente scoperto la migliore possibile. Lui immagina che sia effettivamente così, ma bisognerà aspettare il 1831 e il tedesco Carl Gauss per avere una dimostrazione matematica che quella esagonale è la griglia migliore. E bisognerà addirittura aspettare il 1892 e il norvegese Alex Thue per avere una dimostrazione matematica che quella esagonale è la migliore disposizione in assoluto, non soltanto fra le griglie regolari. Questo è un ottimo esempio di ciò che succede spesso in matematica: un problema può essere facile da enunciare, e la soluzione può persino essere facile da intuire, ma la dimostrazione può essere terribilmente difficile da trovare. Anzi, nel 1936 il logico Kurt Gödel ha dimostrato che i teoremi “facili da enunciare e difficili da dimostrare” sono la norma, più che l’eccezione. I fiori variopinti che stanno a portata di mano nel giardino della matematica sono dunque pochi, e gli altri vanno cercati nei boschi incolti più fuori mano. L’esempio più noto di queste escursioni fuori pista è il famoso “ultimo teorema di Pierre de Fermat”, che fu da lui congetturato nel 1637 e dimostrato da Andrew Wiles più di 350 anni dopo, nel 1995. Ma nella sua *Strenna* natalizia Keplero fece ancora meglio, proponendo prima di Fermat un problema che fu risolto dopo il suo, con una ricerca di 400 anni. Il problema riguardava non le api reali, ma i falchi metaforici: cioè i guerrafondai che si preoccupavano di caricare il maggior numero possibile di palle da cannone sulle navi da guerra dell’epoca.

Nel 1600 il navigatore Walter Raleigh, organizzatore delle spedizioni dalle quali nacque l’imperialismo coloniale inglese, propose al matematico Thomas Harriot di risolvere al meglio il problema dell’accatastamento delle palle. E questi lo passò appunto a Keplero, che nella *Strenna* lo collegò a quello degli alveari, notando che si tratta dello stesso problema con una dimensione in più: letteralmente, nel senso che si passa dal piano bidimensionale delle monete allo spazio tridimensionale delle palle, e metaforicamente, nel senso che la difficoltà è molto maggiore. Il collegamento fra i due problemi sta nel fatto che per ammucchiare le palle da cannone si deve partire da un primo strato, e il modo migliore per disporlo sembra essere lo stesso delle monete: cioè, sei palle disposte ad esagono attorno a ciascuna palla. Quanto agli strati successivi, sembra più sensato disporre le palle nei buchi lasciati liberi da quelle dello strato precedente, che non cercare di impilarle ordinatamente una sull’altra in colonne rettilinee. Il risul-

I PROTAGONISTI

KEPLERO
Il matematico tedesco vissuto tra il 1571 e il 1630 ha studiato l’esagono partendo dai fiocchi di neve

KURT GÖDEL
Nel 1936 ha sostenuto che i teoremi facili da enunciare sono in genere i più difficili da dimostrare

MARYNA VIAZOVSKA
La matematica ucraina ha dato la soluzione a uno dei misteri della “congettura di Keplero”