

di Piergiorgio Odifreddi

professore ordinario di logica matematica all'Università di Torino
e visiting professor alla Cornell University di Ithaca (New York)



Una parabola sulle catene

Origine matematica e applicazioni architettoniche della curva chiamata catenaria

Nella Seconda Giornata della sua ultima grande opera, i *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze* (1638), Galileo scrive: «Si fermino in alto due chiodi in un parete, equidistanti all'orizzonte e tra di loro lontani la larghezza del rettangolo sul quale vogliamo notare una parabola, e da questi due chiodi penda una catenella sottile, e tanto lunga che la sua sacca si stenda quanta è la lunghezza del rettangolo: questa catenella si piega in figura parabolica, sì che andando punteggiando sopra il muro la strada che vi fa essa catenella, avremo descritta un'intera parabola».

In altre parole, per disegnare una parabola Galileo suggerisce di tracciare una catenaria, cioè la curva assunta da una catena omogenea appesa orizzontalmente ai suoi due estremi. Ora, che la catenaria assomigli molto a una parabola non c'è dubbio, e lo si vede a occhio. Ma che coincida con una parabola è falso, come dimostrò Christiaan Huygens in una lettera del 1646 a padre Marin Mersenne.

Anche senza sapere quale curva sia esattamente la catenaria, la si può usare in architettura per costruire strutture che si reggano soltanto in base al proprio peso. Il prototipo, forse inconscio, di questo impiego si trova nella città irachena di Ctesifonte, capitale dell'impero sassanide, che a metà del primo millennio della nostra era sembra fosse la metropoli più popolata del mondo. È a quel periodo che risale il palazzo imperiale Taq Kisra, in Iraq, il cui famoso arco costituisce la più grande struttura in mattoni autosostenentesi, e ha appunto la forma di una catenaria invertita.

Il primo uso sicuramente cosciente della catenaria risale a un millennio dopo, quando il poliedrico Robert Hooke assistette Christopher Wren nella ricostruzione della cattedrale di Saint Paul, distrutta dall'incendio di Londra del 1666. In particolare, la doppia cupola emisferica usata da Michelangelo in San Pietro fu sostituita da una doppia cupola a catenaria invertita, secondo il principio della «vera forma matematico-meccanica degli archi degli edi-

fici» discussa teoricamente da Hooke nella sua descrizione degli elioscopi del 1676.

Secondo la paranoica moda dell'epoca, egli nascose la soluzione dietro un anagramma in latino, di cui fornì soltanto le lettere in ordine alfabetico: «*abcccddeeeefggiiiiiiiillmmmmnnnnnooprssstttttuuuuuuuvx*», da ricomporre in «*Ut pendet continuum flexile, sic stabit contiguum rigidum inversum*», «Come pende un continuo flessibile, così sta in piedi un contiguo rigido invertito».

Una volta scoperto il trucco, fu facile ripeterlo. Il campione nel campo è stato Antoni Gaudí, che ha usato a profusione le catenarie invertite: non solo per gli

attici e i sottotetti delle sinuose Casa Batlló e La Pedrera, ma anche per le volte e le guglie della famosa Sagrada Família. I «progetti» originari di quest'ultima sono tuttora esibiti nell'attiguo museo, e consistono appunto di modelli costruiti con catenelle e tele sospese che prefigurano l'immagine invertita della cattedrale.

Il moderno Gateway Arch di Saint Louis, progettato da Eero Saarinen negli anni sessanta, non è invece una catenaria perfetta, ma una sua variazione pesata: la stabilità richiedeva infatti un riempimento di cemento alla base, che ha reso non omogenea la catena ideale da invertire. Analogamente, non sono catenarie perfette nemmeno i ponti sospesi, come il Manhattan Bridge di New York o il Golden Gate di San Francisco, perché la catena non

pende solo sotto il proprio peso, ma sopporta tramite i tiranti anche quello del ponte rettilineo sottostante.

Fu lo stesso Huygens a dimostrare, nella citata lettera a Mersenne del 1646, che la forma dei ponti sospesi è parabolica. Ad avere una forma catenaria sono solo i cosiddetti ponti tibetani, tipicamente montani, la cui base segue parallelamente il percorso dei cavi. Il più lungo conosciuto è quello di Cesana Claviere in Piemonte, di 408 metri. Per grandi lunghezze bisogna appunto passare ai ponti sospesi classici, e ritornare alle forme paraboliche, chiudendo così correttamente il cerchio aperto dall'osservazione sbagliata di Galileo.



In Iraq. I resti del palazzo imperiale noto oggi come Taq Kisra, con la più grande struttura in mattoni autosostenentesi.