

di Piergiorgio Odifreddi

professore ordinario di logica matematica all'Università di Torino  
e visiting professor alla Cornell University di Ithaca (New York)



## Fermi tutti, c'è un problema

Quesiti in apparenza impossibili portano lontano nella conoscenza del mondo

**T**ra le sue tante doti, Enrico Fermi era noto per proporre problemi apparentemente impossibili, che riusciva a risolvere con calcoli approssimativamente corretti sulla base di ipotesi ragionevolmente assunte, anche in mancanza di dati sperimentalmente significativi. Un esempio quasi paradossale di «problema di Fermi» fu la sua stima del numero di accordatori di piano di Chicago. Basandosi sulle ipotesi che ci siano 9 milioni di abitanti in città, la media degli abitanti per appartamento sia due, ci sia un pianoforte in una casa su 20, ogni strumento venga accordato circa una volta l'anno, ogni accordatura richieda un paio d'ore e ogni accordatore lavori otto ore al giorno per cinque giorni la settimana e 50 settimane l'anno, si arriva a un numero stimato di 225 accordatori, che era il numero corretto nel 2006, e in altri anni non si discostava dalla realtà.

Il motivo per cui questo genere di stime può funzionare è che, benché ciascuna ipotesi possa essere scorretta in eccesso o in difetto, i vari errori possono compensarsi tra loro e produrre comunque un buon risultato finale. È soprattutto in biologia, dove avere dati oggettivi può essere più difficile che in altri campi, che ragionamenti del genere hanno portato a leggi spesso confermate nella pratica. Anche se, essendo queste leggi empiriche, ci sono altrettanto spesso le dovute eccezioni.

Per esempio, poiché la quantità di calore prodotta da un corpo è proporzionale al volume, la legge di Carl Bergmann del 1847 stabilisce che nelle zone fredde gli individui di una stessa specie endoterma hanno dimensioni maggiori di quelli nelle zone calde: per esempio, l'orso polare è più grande di quello californiano. E poiché la dispersione è proporzionale alla superficie, la legge di Joel Allen del 1877 stabilisce che nelle zone calde gli individui hanno orecchie, zampe e code più lunghe e sottili: per esempio, lepre e volpe del deserto hanno orecchie più affusolate di quelle polari.

Mentre le leggi precedenti sono puramente qualitative, la legge di Max Rubner del 1883 è quantitativa, e stabilisce che il metabolismo di un mammifero è proporzionale al quadrato della radice cubica del peso. Il ragionamento «alla Fermi» che porta a questa

legge è che il consumo di energia a riposo è proporzionale alla velocità di dispersione del calore, altrimenti l'animale si riscalderebbe o si raffredderebbe. Ma la superficie di un corpo è proporzionale al quadrato della radice cubica del volume, e il peso è proporzionale al volume.

In base alla legge di Rubner, il metabolismo cresce più lentamente del peso: per esempio un raddoppio del peso corrisponde solo a un aumento del 50 per cento del metabolismo, perché la radice cubica di 4 è circa 1,6. Per mantenere il proprio metabolismo, dunque, un animale piccolo deve mangiare in proporzione più di uno grande. E uno stesso terreno permette di sfamare un volume complessivo di animali grandi maggiore di un volume complessivo di animali piccoli, a parità di abitudini alimentari.

Un ragionamento analogo a quello per la legge di Rubner porta allo stesso rapporto tra forza muscolare delle zampe e peso dell'animale. Infatti la forza è proporzionale all'area della sezione trasversale, mentre il peso è proporzionale al volume: dunque, la forza è proporzionale al quadrato della radice cubica del peso. Poiché la forza cresce più lentamente del peso, per mantenerla costante bisogna aumentare più rapidamente le dimensioni delle zampe: per esempio, in proporzione l'elefante ha zampe più grosse di quelle del topo.

Più in generale, già Galileo aveva notato nei *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze* del 1638 che, poiché alcune funzioni di un animale dipendono dalla sua superficie, e altre dal suo volume, un eccessivo aumento delle sue dimensioni richiede un cambiamento della sua struttura. John Haldane aggiunse, nell'articolo *Della giusta misura*, del 1926, l'osservazione che esistono dimensioni ottimali per ciascuna struttura. E che, comunque, all'aumento delle dimensioni corrisponde una diminuzione della resistenza: «Un topo che cade in un pozzo di 1000 metri atterra prendendo un colpo, un ratto muore, un uomo si spezza e un cavallo si sfracella».

Il tutto a dimostrazione del fatto che, con pochi semplici argomenti «alla Fermi», si può andare molto lontano nella comprensione e nella spiegazione di come stanno le cose.



**Questioni proporzionali.** Una legge matematica mostra che in proporzione l'elefante ha zampe più grosse del topo.

1638 che, poiché alcune funzioni di un animale dipendono dalla sua superficie, e altre dal suo volume, un eccessivo aumento delle sue dimensioni richiede un cambiamento della sua struttura. John Haldane aggiunse, nell'articolo *Della giusta misura*, del 1926, l'osservazione che esistono dimensioni ottimali per ciascuna struttura. E che, comunque, all'aumento delle dimensioni corrisponde una diminuzione della resistenza: «Un topo che cade in un pozzo di 1000 metri atterra prendendo un colpo, un ratto muore, un uomo si spezza e un cavallo si sfracella».

Il tutto a dimostrazione del fatto che, con pochi semplici argomenti «alla Fermi», si può andare molto lontano nella comprensione e nella spiegazione di come stanno le cose.