di Piergiorgio Odifreddi
professore ordinario di logica matematica all'Università di Torino
e visiting professor alla Cornell University di Ithaca (New York)

La bicicletta a ruote quadrate

La protagonista degli esami di maturità può essere utile più di quanto si pensi

La bicicletta a ruote quadrate, sulla quale hanno dovuto pedalare i maturandi di quest'anno nella prova di matematica, è una metafora di come si possano affrontare al meglio le avversità della vita. È ovvio, infatti, che su una strada pianeggiante le ruote rotonde sono ottimali. Ma quando si va fuori strada e si affrontano terreni impervi, cessano di esserlo: per questo si sono inventati i rampichini, che hanno ruote rotonde ma gomme per niente lisce, proprio per avere miglior presa sul terreno. E, in ogni caso, fuori strada si balla anche sul rampichino.

La cosa è divertente se si fa *ciclocross*. Ma lo è meno, per esempio, se si devono far rotolare enormi e pesantissimi pilastri di pietra a sezione quadrata per portarli a destinazione in un tempio, come dovevano fare gli Egizi, con il rischio di lasciarci sotto le dita: se non le loro, almeno quelle dei loro schiavi. Già essi scoprirono che era molto più agevole trasportare i pilastri se si pavimentava la strada con un tappeto di tronchi di legno tagliati in quattro e allineati a spicchi, a formare una sequenza di dossi.

La soluzione è ingegnosa, ma non è ottimale. Da un punto di vista matematico, il problema da risolvere consiste nell'immaginarsi di avere appunto una ruota quadrata, corrispondente alla sezione orizzontale del pilastro, e nel trovare la forma curva che devono avere i dossi per far girare al meglio la ruota.

Affinché la ruota giri senza saltellare o strisciare sul dosso, i punti della ruota e quelli del dosso devono essere messi in corrispondenza biunivoca dal moto: cioè, la lunghezza di un dosso dev'essere uguale a un lato della ruota quadrata. Questo determina la lunghezza dell'arco di curva, ma non ancora la sua forma.

Si può però richiedere che il (bari)centro del quadrato stia sempre sulla verticale del punto di contatto con la curva. In questo caso in ogni punto del dosso la ruota esercita sempre la stessa pressione, e questa è esattamente la definizione di una catenaria invertita: cioè, di una curva in cui si dispone automaticamente una catena omogenea appesa agli estremi sotto l'effetto del suo peso, che è appunto uguale in ogni punto. Questo determina la forma dell'arco di curva, ma non ancora la sua ampiezza: cioè, quanto devono distare i suoi estremi fra loro.

È però naturale richiedere che nei punti di connessione fra due dossi consecutivi la ruota si incastri verticalmente con un vertice: cioè, che i due lati incidenti siano tangenti ai due dossi. Questo significa che la tangente nei punti estremi dei dossi dev'essere inclinata a 45 gradi. O, equivalentemente, che due dossi consecutivi devono incontrarsi ad angolo retto, come i lati del quadrato.

Una volta capito il trucco, si può risolvere il problema anche per ruote poligonali regolari con qualunque numero di lati superiore a quattro. La lunghezza del dosso deve sempre essere uguale al lato, e la distanza fra i punti estremi a cui appendere una catena di quella lunghezza è determinata dal fatto che la tangente negli estremi dev'essere inclinata di un angolo complementare a metà di quello del poligono: per esempio, 36 gradi per un pentagono, 30 per un esagono, circa 26 per un ettagono e così via.

Il caso della ruota circolare non è che il caso limite di un poligono con infiniti lati, e angoli di 180 gradi: cioè, di una catena tesa rettilineamente fra gli estremi. In altre parole, il terreno ottimale da percorrere con biciclette a ruote rotonde è piano. O, se si preferisce, è una successione di dossi infinitesimi piatti.

Naturalmente il problema delle ruote quadrate si può risolvere anche in maniera analitica, oltre che geometrica. In tal caso lo si riformula in un'equazione differenziale che risulta avere come soluzione la curva $(e^x + e^{-x})/2$: cioè, appunto, la catenaria. Una curva che gli Egizi approssimarono come un cerchio, nella loro soluzione intuitiva del problema. Che Galileo credette essere una parabola. E che in seguito si scoprì essere invece un coseno iperbolico: cioè, l'analogo per l'iperbole di ciò che il coseno è per il cerchio.

Oggi, più che per i dossi per bici a ruote quadrate o poligonali, la catenaria è usata per costruire ponti sospesi, guglie come quelle della Sagrada Familia di Antonio Gaudí a Barcellona, o archi come il Gateway di Eero Saarinen a San Louis. E si rivela dunque essere uno strumento molto sofisticato, e per nulla futile, dell'architettura moderna.

Ottima per i dossi. Una bici con ruote quadrate è utile su superfici composte da sequenze di dossi, assai più di una con ruote rotonde.

Tang Yan Song/Shutterstock