

di Piergiorgio Odifreddi

professore ordinario di logica matematica all'Università di Torino
e visiting professor alla Cornell University di Ithaca (New York)



Oologia matematica

Alla scoperta della scienza che studia le uova con l'aritmetica e la geometria

Per indicare un dilemma insolubile, si usa spesso la domanda: «È nato prima l'uovo o la gallina?». Il che è sorprendente, almeno in campo scientifico, perché da ormai più di mezzo secolo conosciamo la risposta! Il dogma centrale della biologia molecolare, proclamato da Francis Crick nel 1956, stabilisce infatti che si va dall'informazione genetica alle proteine, ma non viceversa: dunque, è nato prima l'uovo della gallina.

Che la biologia abbia queste e altre cose interessanti da dire a proposito delle uova, fa parte della sua stessa natura. Ma che cosa può invece avere a che fare la matematica, con le uova? Innanzitutto, può permettere di capire come si possa dividerle senza romperle, risolvendo problemi come questo: «Tre massaie vanno al mercato. La prima compra da un contadino metà delle sue uova, più un mezzo uovo. La seconda compra metà delle uova rimanenti, più un mezzo uovo. La terza compra l'unico uovo che è rimasto al contadino. Quante uova aveva questo agli inizi?».

Prima di dare la soluzione, è bene mettere in guardia sul fatto che l'aritmetica delle uova è paradossale. Per esempio, poiché un uovo che viene diviso in due in maniera naturale o artificiale può produrre due gemelli, mezzo uovo più mezzo uovo equivalgono a due uova, e non a uno! E poiché due uova che si fondono insieme normalmente producono un solo figlio, un uovo più un uovo equivale a un solo uovo, e non a due! Ovvero, per le uova $1/2+1/2=2$ e $1+1=1$.

Nonostante questi paradossi, il problema delle massaie si può risolvere con l'aritmetica canonica nel seguente modo. Poiché la seconda ha comprato metà delle uova disponibili più un mezzo uovo, al contadino ne sono rimaste metà meno un mezzo uovo, per un totale di un uovo: dunque, a disposizione della seconda massaia c'erano tre uova. Analogamente, poiché la prima massaia aveva comprato metà delle uova originarie più un mezzo uovo, al contadino ne erano rimaste metà meno un mezzo uovo, per un totale di tre uova: dunque, agli inizi aveva sette uova.

Volendo si potrebbe andare all'indietro all'infinito, continuando a moltiplicare per due e aggiungendo uno, ottenendo la pro-

gressione 1, 3, 7, 15, 31, eccetera. Questo procedimento è una vera gallina dalle uova d'oro, che scodella i famosi numeri di Mersenne. Ovvero, i numeri che si ottengono sottraendo 1 dalle potenze di 2: cioè, da 2, 4, 8, 16, 32, eccetera. O, se si preferisce, i numeri che si possono scrivere nel sistema binario come sequenze di 1: cioè 1, 11, 111, 1111, 11111, eccetera.

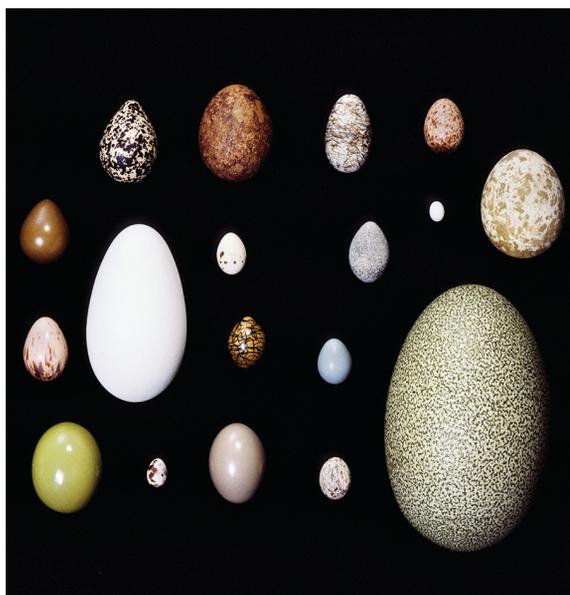
Passando al punto di vista della geometria delle uova, un uovo ha la forma di un cerchio schiacciato e simmetrico in una sola direzione: a differenza di altre curve ovali, come le ellissi, che sono invece simmetriche in due direzioni. Di uova ci sono ovviamente varie tipologie, le più semplici delle quali richiedono solo

costruzioni euclidee. Ma, diversamente da quanto scrisse e disegnò Albrecht Dürer in *Underweysung der Messung mit dem Zirckel und Richtscheit* (i quattro libri sulla misurazione) del 1525, le sezioni coniche producono ellissi e non uova.

La più semplice costruzione è quella del cosiddetto uovo di muschio, che si ottiene incollando fra loro quattro archi di cerchio costruiti su un triangolo equilatero. Il primo è il semicerchio inferiore del cerchio avente come diametro la base. Due sono archi delle lunette costruite sui due lati del triangolo. E l'ultimo è l'arco di cerchio avente per centro il polo nord del cerchio avente come diametro la base del triangolo, e per raggi i prolungamenti fino alle lunette dei segmenti che congiungono i vertici alla base del triangolo con il polo nord citato.

Insieme, aritmetica e geometria delle uova costituiscono l'oologia matematica, che prende il nome dal greco «oion», «uovo». Da un lato, essa è una branca dell'oologia *tout court*, che studia tutto quello che abbia a che fare con le uova degli uccelli. In particolare, il fatto che un uovo da solo è maschio, ma due uova insieme diventano femmine: un problema che in matematica hanno anche le paia, le centinaia e le migliaia.

Dall'altro lato, l'oologia matematica è invece una branca della zoologia matematica, che studia matematicamente tutto quello che abbia a che fare con lo *zoon*, «animale». E la sua esistenza è una conferma del fatto che alla matematica niente è alieno: nemmeno le uova, intere o rotte che siano.



Diversità. Collezione di uova di uccelli di specie diverse alla Western Foundation of Vertebrate Zoology di Los Angeles.