

di Pierniggiorgio Odifreddi

professore ordinario di logica matematica all'Università di Torino e visiting professor alla Cornell University di Ithaca (New York)



Facciamo i conti con Verne

Lo scrittore francese inserì nelle sue opere capitoli di divagazioni matematiche

Jules Verne è uno dei pochi romanzieri, per non dire l'unico, che ha fondato le proprie ardite invenzioni letterarie su solide basi scientifiche. È arrivato a inserire nei suoi libri non solo formule isolate, ma capitoli di divagazioni matematiche, che per la maggioranza alfabetizzata dei suoi lettori costituiscono probabilmente solo ostacoli da saltare a piè pari, ma per una minoranza numerizzata forniscono un valore aggiunto ai suoi *Viaggi straordinari*.

In vari romanzi Verne ha lanciato proiettili nello spazio con cannoni tenendo conto della velocità di fuga necessaria per superare l'attrazione della Terra sulla sua superficie, e più in generale l'attrazione di un corpo di massa M a una distanza r dal suo centro. Nel IV capitolo di *Intorno alla Luna* (1870), intitolato *Un po' d'algebra*, si trova una discussione di quella che all'epoca si chiamava equazione delle forze vive, e oggi si chiama teorema dell'energia cinetica: il fatto, cioè, che la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale di un corpo rimane costante durante il suo percorso.

Poiché la velocità di fuga di un corpo di massa m soggetto alla sola forza gravitazionale è per definizione quella che gli permette di arrivare all'infinito con velocità nulla, alla fine del percorso sono nulle sia l'energia cinetica ($mv^2/2$) che l'energia potenziale gravitazionale ($-GMm/r$). Dunque, anche agli inizi dev'essere nulla la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale, il che significa che dev'essere uguale a $\sqrt{2GM/r}$, o equivalentemente a $\sqrt{2gr}$, dove G è la costante gravitazionale universale e g l'attrazione gravitazionale del corpo di massa M alla distanza r . Nel caso della Terra, la velocità di fuga dalla superficie risulta di circa 11,2 chilometri al secondo e Verne lo ricorda spesso, anche se non sempre ne tiene conto.

Nel XV capitolo, intitolato *Iperbole o parabola*, ricorda che la velocità di fuga dalla superficie è un caso limite: un proiettile sparato a quella velocità va all'infinito su un'orbita parabolica e con una velocità decrescente che non solo tende a zero, ma è uguale in ogni punto alla velocità di fuga in quel punto. Se la velocità iniziale è superiore a quella di fuga, il proiettile va all'infinito

su un'orbita iperbolica, con una velocità decrescente che tende a un limite positivo, verso una direzione asintotica perpendicolare a quella di lancio. E se la velocità iniziale è inferiore a quella di fuga, il proiettile segue un percorso ellittico: se interseca la Terra, il proiettile ricade su di essa, altrimenti entra in orbita attorno a essa.

In pratica, però, è impossibile sparare astronauti nello spazio a una velocità uguale o maggiore a quella di fuga. Anzitutto, per gli effetti disastrosi che l'atmosfera terrestre avrebbe sulla navicella. Ma, soprattutto, per l'enorme accelerazione che sarebbero costretti a subire. Dalle formule di Galileo $v = at$ e $s = at^2/2$ e si ricava infatti $a = v^2/2s$. Anche supponendo di avere un cannone lungo 100

chilometri, cioè più della crosta terrestre e dell'atmosfera messe insieme, l'accelerazione sarebbe comunque maggiore di 600 metri al secondo quadrato: cioè circa 60g, più del doppio di quanto sia umanamente sopportabile. Il cannone immaginato da Verne in *Dalla Terra alla Luna* (1865) è però di soli 300 metri: in tal caso l'accelerazione sarebbe addirittura maggiore di 20.000g, fuori scala.

Ma la velocità di fuga dalla Terra non è niente rispetto a quella necessaria per provocare un rinculo sufficiente a raddrizzare l'asse terrestre, come nel romanzo *Il mondo sottosopra* (1889). L'edizione originale conteneva un «capitolo complementare» di fisica matematica, rivolto «alle poche persone che ne prenderanno visione», e dedicato a «dimostrare ciò che il romanzo

ha mostrato». In particolare, a spiegare come mai «un errore di tre zeri nei dati ha prodotto un errore di 12 zeri nel risultato finale».

Il protagonista del romanzo compie un errore di tre zeri nel raggio terrestre r , scambiando i chilometri per metri. Questo produce un errore di tre zeri nel momento d'inerzia mvr del proiettile di massa m e velocità v , ma un errore di 15 zeri nel momento d'inerzia $2Mr^2/5$ della Terra, perché la massa è proporzionale al raggio al cubo. L'errore nel rapporto è dunque di 12 zeri, e l'asse terrestre viene raddrizzato di pochi micrometri, invece che di 23 gradi. A conferma del fatto che i lettori di Verne possono fidarsi dei suoi calcoli, come egli si fidava di quelli che i suoi consulenti facevano per lui.



Il futuro di ieri. Incisione su legno per *Dalla Terra alla Luna* di Verne, con una capsula spaziale diretta al nostro satellite naturale.