di Piergiorgio Odifreddi
professore ordinario di logica matematica all'Università di Torino
e visiting professor alla Cornell University di Ithaca (New York)

Numeri perversi

I versi poetici dimostrano che la matematica deve essere meno eurocentrica

La metrica poetica stabilisce la struttura ritmica dei versi. In italiano, e più in generale nelle lingue romanze derivate dal latino, la metrica è basata sul numero delle sillabe e sugli accenti. Per esempio, l'*endecasillabo* è definito come un verso in cui l'ultimo accento ritmico cade sulla decima sillaba. Il nome deriva dal fatto che, poiché le parole italiane hanno in genere l'accento sulla penultima sillaba, un endecasillabo ha in genere 11 sillabe, appunto. Ma possono esserci endecasillabi di 10 sillabe, quando l'ultima parola ha l'accento sull'ultima sillaba: così succede nel *decasillabo* provenzale originario, da cui è appunto derivato il nostro endecasillabo. E possono esserci endecasillabi con 12 o più sillabe, per motivi opposti.

In natura. Le spirali formate dalla disposizione dei semi nei girasoli sono legate ai numeri di Fibonacci.

In greco e in latino la metrica era invece basata sulla lunghezza delle sillabe, che potevano essere brevi o lunghe. L'*esametro*, per esempio, era composto di sei «piedi», analoghi alle «battute» musicali: nomi che derivano entrambi dal fatto che il ritmo corrispondente veniva battuto con il piede. Il più comune dei piedi era il *dattilo*, «dito», corrispondente a una battuta ternaria costituita da una lunga e due brevi: come la suddivisione delle falangi nelle dita, appunto. L'unità di durata fonetica veniva chiamata *mora*, «ritardo», e le brevi e le lunghe corrispondevano rispettivamente a una e due more: un dattilo, dunque, a quattro more.

Anche la metrica del sanscrito era basata sulla lunghezza delle sillabe. In particolare il *matra vrttas*, «metro a lunghezza», consisteva di un numero fisso di more, che poteva essere realizzato mediante un qualunque piede avente quel numero di more. Per esempio, tre more si potevano realizzare con tre piedi diversi, tutti usati anche in greco e in latino: *tribraco* (breve-breve-breve), *trocheo* (lunga-breve) e *giambo* (breve-lunga). E quattro more con cinque piedi: *proceleusmatico* (breve-breve-breve-breve), *dattilo* (lunga-breve-breve), *anfibraco* (breve-lunga-breve), *anapesto* (breve-breve-lunga) e *spondeo* (lunga-lunga).

Ma mentre i Greci e i Latini si limitarono a usare questi e pochi altri piedi, gli Indiani si posero il problema di quanti piedi fossero possibili per ciascun numero di more. L'osservazione cruciale che essi fecero fu che ogni piede di n more doveva finire o in una breve (1 mora), o in una lunga (2 more): dunque, il numero di piedi di n more è la somma dei numeri di piedi di $n - 1$ more e di $n - 1$ more.

L'equazione ricorsiva $p(n) = p(n-1) + p(n-2)$ permette di calcolare tutti i valori in sequenza: basta notare che $p(1)$ e $p(2)$ sono rispettivamente uguali a 1 e 2, perché ci sono solo 1 piede di una mora (breve) e 2 piedi di due more (breve-breve, lunga). In particolare $p(3)$ e $p(4)$ sono uguali a 3 e 5 piedi, senza bisogno di enumerarli esplicitamente come sopra.

Questo argomento si trova nel *Chandonusasana*, un trattato di prosodia sanscrita scritto verso il 1150 da Acharya Hemachandra, famoso matematico giaina morto nel 1173: dunque, decenni prima che Leonardo da Pisa, detto Fibonacci, introducesse in Occidente la sua famosa successione nel *Liber abaci* del 1202. Per questo in India 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ... si chiamano numeri di Hemachandra, e non di Fibonacci.

Dimostrazione a parte, il primo testo in cui si cita espressamente l'equazione ricorsiva per la determinazione di $p(n)$ e se ne calcolano esplicitamente i primi valori è il *Vrttajatisamuccaya* di Acharya Virahanka, un trattato risalente al VII secolo e dedicato appunto alla classificazione dei tipi di piedi di lunghezza determinata.

Il primo autore a rivelare invece la conoscenza dei numeri $p(n)$ fu Acharya Pingala, vissuto verso il IV o il V secolo prima della nostra era e autore del primo trattato di prosodia sanscrita: il *Chandahsastra*, che Virahanka commenterà un millennio dopo. Pingala ovviamente conosceva l'equazione ricorsiva che genera i numeri, anche se non la cita chiaramente.

Un'altra delle sue anticipazioni fu la rappresentazione binaria degli interi, introdotta in Occidente da Leibniz due millenni dopo, e ottenuta da Pingala ordinando i piedi mediante le sequenze di brevi e lunghe. Per esempio, i piedi breve, lunga, lunga-breve, lunga-lunga, lunga-breve-breve, lunga-breve-lunga, lunga-lunga-breve e lunga-lunga-lunga corrispondono ai numeri binari 0, 1, 10, 11, 100, 101, 110 e 111: cioè, ai numeri interi da 1 a 8 (non da 0 a 7, perché lo zero non era ancora stato inventato). A dimostrazione del fatto che la storia della matematica va riscritta in maniera meno eurocentrica.

Gloszilla /iStock