

di Pierngiorgio Odifreddi

professore ordinario di logica matematica all'Università di Torino
e visiting professor alla Cornell University di Ithaca (New York)



L'eredità matematica di Nash

Una panoramica dei risultati straordinari ottenuti dal genio tragicamente scomparso

La tragica morte di John Nash il 23 maggio scorso ha riportato all'attenzione pubblica la figura di questo genio matematico, resa popolare nel 2001 dal fantasioso film *A beautiful mind*. A interessare gli addetti ai lavori, però, non sono tanto le singolari vicende della sua vita, dalla malattia mentale della sua maturità alla remissione spontanea della sua vecchiaia fino all'incidente stradale della sua ultima ora, quanto piuttosto gli straordinari risultati che Nash ha ottenuto in un solo decennio della sua gioventù, fra i venti e i trent'anni.

I più noti di questi risultati sono quelli della sua tesi di laurea del 1950 sui giochi non cooperativi, per i quali Nash è stato insignito nel 1994 del premio Nobel per l'economia, insieme a John Harsanyi e Reinhard Selten, con la motivazione: «Per la loro pionieristica analisi degli equilibri nella teoria dei giochi non cooperativi». Il riferimento è ai cosiddetti equilibri di Nash, che consistono in un comportamento che non può essere migliorato con azioni unilaterali, nel senso che lo si sarebbe tenuto anche avendo conosciuto in anticipo quale comportamento avrebbe tenuto l'avversario.

In giochi simmetrici, in cui i giocatori hanno stessi guadagni e stesse perdite quando si trovano nelle stesse condizioni, gli equilibri di Nash esistono sempre. Ma possono essere non unici, o non simmetrici: entrambe le cose accadono, per esempio, nella corsa agli armamenti. E anche quando sono unici e simmetrici, gli equilibri possono essere non desiderabili: come avviene, invece, nel famoso dilemma del prigioniero. Il che mostra che essere un equilibrio di Nash è una condizione necessaria, ma non sufficiente, per un comportamento razionale.

In giochi non simmetrici, invece, i precedenti equilibri puri possono anche non esistere: come accade, per esempio, quando si gioca a pari e dispari. Ma il teorema fondamentale della teoria dei giochi dimostrato da Nash stabilisce che, in generale, esiste comunque sempre un equilibrio misto, in cui un giocatore coopera con probabilità p e l'altro con probabilità q . Gli equilibri puri si ritrovano come casi particolari, quando p e q assumono solo i due valori 0 o 1.

Nash è morto tornando a casa da Oslo, dove la settimana pri-

ma aveva ricevuto il premio Abel 2015 per la matematica, insieme a Louis Nirenberg, «per sorprendenti e prolifici contributi alla teoria delle equazioni non lineari alle derivate parziali». Nel suo caso si trattava della soluzione del diciannovesimo problema di Hilbert, tratto dalla famosa lista di 23 sfide per il nuovo secolo proposte da David Hilbert al Congresso internazionale dei matematici tenutosi a Parigi nel 1900.

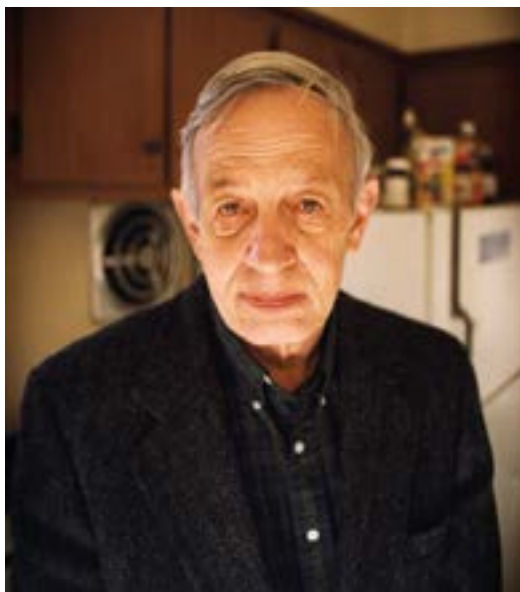
Il problema riguardava le equazioni differenziali alle derivate parziali di tipo ellittico, un tipico esempio delle quali è la famosa equazione del calore. Joseph Fourier dimostrò nel 1811 che la diffusione del calore in un solido omogeneo avviene in manie-

ra regolare, e nel 1958 Nash estese il risultato al caso molto più complicato dei solidi non omogenei. Lo stesso risultato fu ottenuto anche da Ennio de Giorgi, allo stesso tempo e con metodi diversi, e si pensa che questo impedì a entrambi di ottenere la medaglia Fields.

Nash risolse il problema della regolarità delle soluzioni per le equazioni ellittiche legandolo a quello analogo per le equazioni paraboliche, usando nel processo quelle che poi sono state chiamate le disuguaglianze di Nash e risolvendoli entrambi. Nel 2005 Cedric Villani estese il risultato di Nash sull'equazione di Fourier all'equazione di Boltzmann, e ottenne per questo la medaglia Fields nel 2010. Non è dunque un caso che, nella sua *homepage*, Villani abbia messo sia Boltzmann sia Nash fra i suoi eroi, insieme a Maxwell e Turing, dicendo di «avere un'estrema ammirazio-

ne per il lavoro di Nash in questo campo».

A proposito di medaglia Fields, sembra che Nash perse quella del 1958 per un solo voto, a favore di René Thom. In quel caso il lavoro considerato fu quello del 1952 sulle varietà algebriche reali, che costituiva una tesi «di riserva» nel caso non fosse stata accettata l'altra sulla teoria dei giochi. Si tratta di un risultato di geometria che prova come una varietà riemanniana si può sempre immergere in uno spazio euclideo, preservando le lunghezze delle curve. E conferma l'eclettismo di Nash, che in un solo decennio è riuscito a produrre un'impressionante serie di profondi risultati, grazie ai quali sarà ricordato come uno dei massimi matematici del Novecento.



Mente del Novecento. Nato nel 1928, Nash ottenne i suoi migliori risultati tra i venti e trent'anni di età.