

di Piergiorgio Odifreddi

professore ordinario di logica matematica all'Università di Torino  
e visiting professor alla Cornell University di Ithaca (New York)



## Alcune zampe di Newton

Un viaggio nei risultati geometrici poco conosciuti di questo gigante della scienza

**N**ewton è stato uno dei tre maggiori scienziati della storia, insieme ad Archimede ed Einstein. Ma mentre tutti conoscono i suoi contributi principali, dalla scoperta della legge di gravità universale in fisica all'invenzione del calcolo infinitesimale in analisi, i suoi risultati geometrici sono meno noti, nonostante la loro importanza fondamentale. Chi volesse farsene un'idea accurata e approfondita può leggere il bel libro di Niccolò Guicciardini *Isaac Newton on mathematical certainty and method* (MIT Press, 2009), purtroppo non ancora tradotto in italiano.

Una buona parte delle ricerche geometriche di Newton riguardò il cosiddetto «approccio organico alle curve», dove l'aggettivo era inteso nel senso greco di *organon*, «strumento». Si trattava cioè di ampliare la cassetta degli attrezzi che permettono di generare curve, affiancando nuovi strumenti ai due classici della riga e del compasso.

Per quanto riguarda le sezioni coniche, fin dall'antichità se ne conoscevano varie descrizioni organiche: per esempio quella ben nota dell'ellisse, con una corda tesa ancorata ai due fuochi. Newton ne trovò una nuova e potente da giovane, nei suoi anni mirabili, e la pubblicò poi nel 1687 nei *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* come Lemma i.21, applicandola nella Proposizione i.22 al problema di descrivere un'orbita che passi per cinque punti dati.

L'idea è semplice. Si prendono due coppie di regoli disposte ad angolo fisso, e con le cerniere ancorate in due punti: facendo muovere l'intersezione di due regoli corrispondenti lungo una curva data (la direttrice), l'intersezione degli altri due regoli corrispondenti genera una nuova curva. Se la direttrice è una retta, si ottengono così tutte e sole le sezioni coniche. Se la direttrice è una conica, si ottengono cubiche o quartiche. E, in generale, se la direttrice è una curva algebrica si ottengono curve di grado maggiore del suo.

Nello stesso spirito, Newton trovò una descrizione organica della cissoide di Diocle. Si tratta della cubica descritta dal vertice di una parabola che rotola esternamente sulla sua immagine speculare, formando una curva «a forma di edera» che rende conto

del suo nome greco. Diocle l'aveva usata per risolvere il problema della duplicazione del cubo, e Newton la generò con una coppia di regoli ad angolo retto, uno dei quali passa per un occhiello fisso: mentre l'estremo dell'altro si muove lungo una retta, il suo punto medio descrive la cissoide.

Il risultato geometrico di Newton più importante e duraturo riguarda le cubiche in generale: la classificazione di tutti i loro possibili 78 tipi, di cui pochi erano conosciuti prima di lui. Egli divise le cubiche in quattro famiglie, che poi divise in ulteriori sottofamiglie. E scoprì che, come tutte le sezioni coniche sono proiezioni di un cerchio, così tutte le cubiche sono proiezioni di cinque tipi di curve ellittiche, che saranno così chiamate in seguito a causa del loro ruolo nel calcolo della lunghezza di archi di ellisse (a scampo di equivoci, l'ellisse non è una curva ellittica). Ma Newton non spiegò come aveva ottenuto i risultati: probabilmente, anticipando i metodi della moderna geometria proiettiva.

Cubiche a parte, la sua curva preferita era la conoide («conchiglia») di Nicomede, quasi semplice da costruire quanto un cerchio: è descritta dall'estremo di un regolo che passa per due occhielli, uno fisso e l'altro mobile lungo una retta. Newton dimostrò che è una quartica universale, cioè permette di risolvere i problemi riconducibili a equazioni fino al quarto grado: compresi la trisezione dell'angolo e la duplicazione del cubo.

Tra le curve non algebriche, considerava invece particolarmente naturale la cicloide di Galileo, che è descritta da un punto sul bordo di una ruota che rotola. Newton dimostrò che permette di secare un angolo in un numero qualunque di parti: compreso tre, ovviamente. E permette di risolvere l'altro classico problema greco della quadratura del cerchio.

La cicloide è anche la soluzione del famoso problema della brachistocrona, o curva di «minimo tempo» di percorrenza, lanciato nel 1696 da Johann Bernoulli come sfida. Newton lo risolse geometricamente nel giro di una notte, e inviò la soluzione anonimamente a Bernoulli, che esclamò: «Riconosco il leone dalla zampata». Ma l'avrebbe riconosciuto anche dalle sue altre zampe geometriche, che abbiamo riassunto qui dal libro di Guicciardini.



**Non solo gravità.** Newton è conosciuto per i contributi in fisica e matematica, ma ha ottenuto risultati cruciali anche in geometria.