



# Scacco alla matematica

Come spostare un cavallo su una scacchiera e farlo tornare al punto di partenza

**A**braham de Moivre era un matematico francese che calcolò correttamente il momento della propria morte, avvenuta il 27 novembre 1754, sulla base del fatto che si era accorto di dormire ogni giorno un quarto d'ora di più del precedente, e dedusse che la fine sarebbe arrivata quando avesse dormito ventiquattrore di fila.

Nel 1722 De Moivre, che giocava a scacchi per arrotondare le sue scarse entrate, trovò una sequenza di mosse che permette a un cavallo di visitare tutta la scacchiera, passando in tutte le caselle una volta, e una volta sola. La sua soluzione fu pubblicata nel 1725 nelle *Récréations mathématiques et physiques* di Jacques Ozanam, che era stato il suo tutore, e rivela esplicitamente quale fosse stata l'idea per risolvere il problema. Ridurlo, cioè, ai due più semplici problemi di trovare percorsi del cavallo che coprano, rispettivamente, la porzione centrale della scacchiera e la cornice esterna, e collegarli (*figura qui accanto, prima fila*).

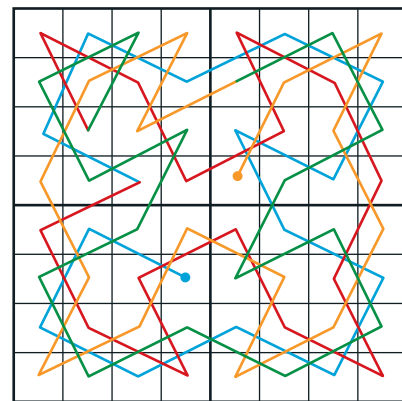
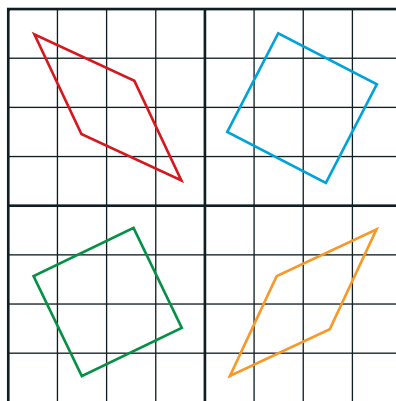
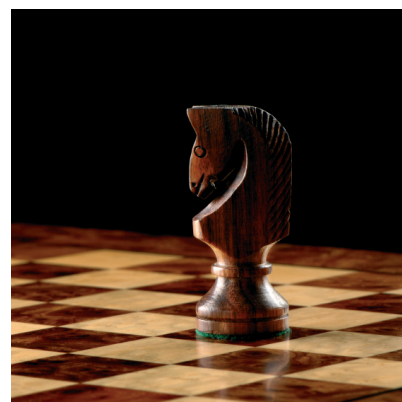
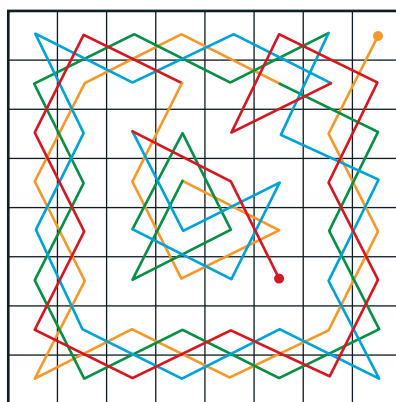
Nel 1759 Eulero propose una *Soluzione di una questione curiosa che non sembra essere stata sottoposta ad alcuna analisi*: trovare, cioè, una sequenza chiusa di mosse del cavallo, dal cui punto terminale si potesse tornare in una mossa a quello iniziale. Un percorso del genere (su una scacchiera) ricevette un'inaspettata applicazione nel 1978, quando George Perec lo usò come struttura della narrazione del suo romanzo *La vita, istruzioni per l'uso*.

Un bel modo per ottenere un circuito del genere, proposto nel 1836 da Teodoro Ciccolini in *Del cavallo degli scacchi*, consiste nel dividere la scacchiera in quattro quadranti, e ciascun quadrante in quattro circuiti, rispettivamente due di forma romboidale e due di forma quadrata (*figura qui accanto, fila in basso, dove in ogni quadrante è mostrato solo uno dei quattro circuiti*). L'osservazione fondamentale è che circuiti corrispondenti dei quattro quadranti si possono combinare fra loro in un unico circuito di 16 caselle della scacchiera, e questi quattro circuiti si possono poi combinare insieme in un percorso completo (*figura in basso a destra*).

Altrettanto interessanti dei percorsi del cavallo sono quelli della torre. In questo caso il problema ha una soluzione completa ed elegante: una torre può partire da una casella, visitare l'intera scacchiera e terminare in un'altra casella se solo le due caselle hanno colori diversi.

La soluzione è legata a un teorema dimostrato nel 1976 da Ralph Gomory: una scacchiera a cui si tolgono due caselle si può coprire di tessere del domino se e solo se le due caselle hanno colori diversi. E il legame è nel fatto che i percorsi della torre corrispondono a sequenze di tessere del domino, e viceversa, perché la torre si muove solo in orizzontale o in verticale.

Per dimostrare una direzione del teorema di Gomory, basta notare che per coprire 62 caselle della scacchiera servono 31 tessere, che coprono 31 caselle bianche e 31 nere: dunque, le due rima-



menti devono avere colore diverso. Per dimostrare l'altra direzione, basta considerare un percorso della torre che copra l'intera scacchiera. Togliendo una qualunque casella, rimane un percorso le cui caselle di partenza e di arrivo hanno lo stesso colore, opposto a quello della casella tolta. Togliendo una seconda casella, del colore opposto alla prima, il percorso si spezza in due parti, le cui rispettive caselle di partenza e di arrivo hanno colori opposti fra loro, e possono essere collegate da due sequenze di tessere.

Scacco alla torre, dunque! E anche al cavallo!