



di Piergiorgio Odifreddi

professore ordinario di logica matematica all'Università di Torino e visiting professor alla Cornell University di Ithaca (New York)

Riga o compasso?

Problema napoleonico, ovvero come trovare il centro di un cerchio con il compasso

Durante una campagna militare in Germania, a Napoleone venne in mente questo problema di geometria: «È possibile trovare il centro di un cerchio, usando soltanto il compasso?». Un problema doppiamente sorprendente, per l'autore e per il contenuto. La prima sorpresa svanisce, però, quando si ricorda che da adolescente, al Corpo Reale Artiglieri, Napoleone aveva avuto Pierre-Simon Laplace come professore, e aveva conservato un certo interesse per la matematica e i matematici.

Il «grande corso» passò il problema a Lorenzo Mascheroni, che dopo averlo risolto se ne pose uno ancora più generale: «È possibile effettuare tutte le costruzioni classiche dei Greci, che usavano anche la riga, usando soltanto il compasso?». Dopo aver dato una risposta affermativa, la illustrò a Napoleone stesso a Mombello, dove il giovane generale, «sconfitto il nemico, erasi ritirato il 17 maggio 1797, intento a ordinare la Repubblica Cisalpina».

Quello stesso anno Lorenzo Mascheroni pubblicò la sua *La geometria del compasso*. Dedicata, come si può immaginare, a «Bonaparte l'Italico», paragonato a un geometra: «Io pur ti vidi coll'invidia mano, // che parte i regni, e a Vienna intimò pace, // meco divider con attento guardo // il curvo giro del fedel compasso».

Il libro affascinò Napoleone al punto che il generale, oltre a risolverne gli esercizi e a farlo tradurre, lo fece conoscere il 10 dicembre 1797 al suo ex-professore Laplace, e a Joseph-Louis Lagrange, durante la celebrazione per la pace di Campoformio, suscitando lo stupore di entrambi: «Tutto ci aspettavamo da voi, generale, meno che una lezione di matematica».

In realtà, non solo la soluzione al problema di Napoleone, ma l'intera opera di Mascheroni erano state anticipate di più di un secolo da Jørgen Mohr, nell'*Euclide danese*. Il libro era stato pubblicato nel 1672, ma solo in danese e in olandese, e apparentemente nessuno l'aveva letto nel resto d'Europa. Fu dimenticato fino al 1928, quando venne ritrovato da uno studente di matematica in

una libreria di libri usati a Copenhagen, e ristampato in facsimile nello stesso anno.

Da allora si parla dunque del cosiddetto «teorema di Mohr e Mascheroni» per il risultato che dice, appunto, che ogni costruzione che si può fare con la riga e con il compasso si può fare con il solo compasso. Con la convenzione che le rette vengono individuate da due loro punti, e la dimostrazione che non c'è mai bisogno di disegnarle fisicamente.

Naturalmente, una volta scoperto che è possibile evitare l'uso di uno dei due strumenti classici della geometria greca, ci si può chiedere se lo stesso valga anche per l'altro. Il problema se lo pose nel 1833 Jakob Steiner, ma le sue *Costruzioni geometriche effettuate con la riga e un cerchio dato* dimostrarono che questa volta la soluzione è negativa: ogni costruzione che si può fare con la riga

e il compasso, si può fare con la sola riga e un singolo uso del compasso, per tracciare un singolo cerchio.

Ma questo singolo uso non è eliminabile, e il controesempio è l'analogo del problema di Napoleone: il centro di un cerchio dato non si può trovare con la sola riga, senza il compasso. La dimostrazione usa la geometria proiettiva, e non stupisce dunque che il risultato fosse stato congetturato nel 1822 da Jean-Victor Poncelet, uno dei padri della disciplina.

Quanto al problema

originario di Napoleone, trovare il centro di un cerchio dato richiede solo la costruzione di sei cerchi. Il primo cerchio ha centro in un qualunque punto A sulla circonferenza del cerchio dato, e passa per un qualunque altro punto B: esso individua un altro punto C sulla circonferenza, simmetrico a B. Il secondo e terzo cerchio hanno per centro uno dei due punti B e C, e passano per il punto A: essi si intersecano in un punto D, simmetrico rispetto ad A. Il quarto cerchio ha centro D, e passa per A: esso interseca il primo cerchio in due punti E ed F. Il quinto e sesto cerchio hanno per centro uno dei punti E ed F, e passano per A: essi si intersecano in un punto G, simmetrico rispetto ad A, che è il centro del cerchio di partenza. Provare per vedere, ma dimostrare per credere!

