di Piergiorgio Odifreddi
professore ordinario di logica matematica all'Università di Torino
e visiting professor alla Cornell University di Ithaca (New York)

Un Nobel quasicristallino

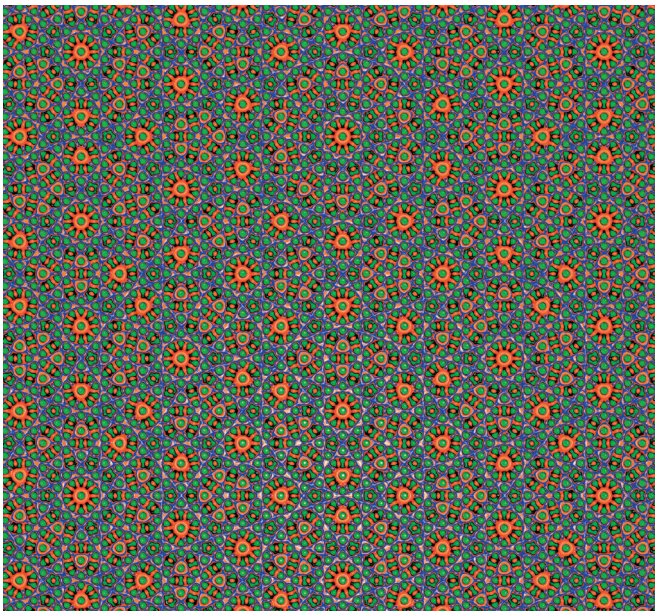
La struttura geometrica del materiale Nobel per la chimica ha un'antica tradizione

Nel 1891 il cristallografo russo Evgraf Fëdorov ha dimostrato che esistono esattamente 17 tipi diversi di mosaici, che ammettono soltanto le simmetrie rotazionali derivate dalle piastrellazioni regolari del piano (triangolari, quadrate o esagonali): cioè, quelle corrispondenti ad angoli di 60, 90, 120 e 180 gradi, a destra o a sinistra. Sorprendentemente, quasi tutti i 17 tipi sono stati usati sia negli affreschi egizi delle tombe nella valle dei Re sia nelle decorazioni moresche dell'Alhambra. Fëdorov ha poi analogamente dimostrato che esistono esattamente 230 tipi diversi di cristalli. E poiché nelle tre direzioni spaziali i cristalli esibiscono simmetrie planari, le possibili rotazioni che li lasciano invariati possono solo essere le stesse dei 17 tipi di mosaici, corrispondenti agli stessi angoli.

Nel 1982 il cristallografo israeliano Daniel Schechtman ha però scoperto una lega di alluminio e manganese la cui struttura molecolare esibisce una simmetria pentagonale, corrispondente a un angolo di 108 gradi. Queste strutture sono state chiamate quasicristalli, e costituiscono versioni spaziali di particolari pavimentazioni planari non periodiche, cioè senza simmetrie traslazionali. La scoperta di Schechtman gli ha fruttato il premio Nobel per la chimica di quest'anno, che gli verrà consegnato in dicembre.

Che ci siano pavimentazioni non periodiche del piano è ovvio: basta considerare piastrelle che ricoprano il piano espandendosi in maniera radiale, oppure spiraliforme. Un esempio del primo tipo si trova già nel *Trattato sulla misura con riga e compasso* di Albrecht Dürer, del 1525, e un esempio del secondo tipo si può facilmente ricavare da esso.

Meno ovvio è che esistano piastrelle che permettono di pavimentare l'intero piano, ma soltanto in maniera non simmetrica: cioè, la piastrella è unica, ma non può essere usata sempre allo stesso modo. La loro esistenza è stata dimostrata nel 1935 da Heinrich Heesch. E un esempio fu illustrato nel 1971 da Escher nel suo ultimo lavoro, *Fantasmi*, dove si nota appunto che alcuni fantasmi sono raggruppati, mentre altri sono isolati.



Eppure esiste. Modello di quasicristallo, struttura ritenuta impossibile da osservare in natura e invece scoperta nel 1982 in una lega.

Ancora meno ovvio è che esistano piastrelle che permettono di pavimentare l'intero piano, ma soltanto in maniera non periodica: cioè, senza mai ripetere all'infinito la stessa configurazione. La loro esistenza fu dimostrata nel 1966 da Robert Berger, ma in maniera complicata e indiretta.

Nel 1974 Roger Penrose semplificò radicalmente l'esempio di Berger, usando due serie alternative di due sole piastrelle ciascuna, ottenute entrambe dal triangolo aureo. Le piastrelle di una delle due serie sono semplicemente due rombi, che si possono anche considerare come il risultato di due ovvi tentativi di piastrellazioni pentagonali del piano: il primo è semplicemente quello di Dürer a cui abbiamo alluso sopra, e il secondo una sua versione «duale».

Naturalmente, ciascuno dei due rombi di Penrose può ricoprire da solo il piano in maniera periodica, come qualunque quadrilatero. Il trucco di Penrose è stato di inserirvi scanalature che permettono soltanto alcune delle loro possibili combinazioni, in modo da forzare le piastrelle a espandersi radialmente in forma pentagonale, oppure secondo la spirale generata dal triangolo aureo. Da un lato, questo permette che l'intero piano venga pavimentato. Dall'altro lato, impedisce però che la pavimentazione sia periodica.

Benché questi risultati risalgano alla seconda metà del Novecento, recentemente si è scoperto che le pavimentazioni non periodiche erano già state trovate e usate nel Quattrocento dagli Arabi. Questa volta, però, non in Spagna, bensì in Turchia, Iran e Uzbekistan, a testimonianza della loro versatilità in queste faccende.

Poiché, come è noto, il premio Nobel non può essere assegnato postumamente, gli Arabi non potevano pretendere di condividere quello di quest'anno per la chimica. Ma Penrose forse sì, se non altro perché la sua scoperta precede di un decennio quella di Schechtman: anzi, le immagini dei quasicristalli vengono spesso usate per fornire esempi in natura delle sue piastrellazioni. Ma tant'è, sappiamo che i matematici non sono mai stati particolarmente graditi a Stoccolma, a partire da Poincaré, e Penrose dovrà farsene una ragione.

Eric Heller/SPL/Contrasto