



# Gli equilibri della tartaruga

Come ottenere un solido che abbia un solo punto di equilibrio stabile

**F**in dal Seicento si conoscono pupazzi di forma ovoide chiamati misirizzi, che quando vengono inclinati tendono a riportarsi in posizione eretta. Il trucco sta nel fatto che il giocattolo ha un baricentro basso, essendo riempito di piombo nella parte inferiore semisferica: questo fa sì che, in qualunque direzione si inclini il pupazzo, il suo baricentro salga, e non essendo più sulla verticale del punto di appoggio, tenda a ridiscendere.

Il punto di appoggio naturale costituisce dunque un equilibrio stabile. E ce n'è un altro instabile nel punto opposto dell'ovulo, quando il pupazzo è messo a testa in giù e gambe in su.

Naturalmente, anche una sfera non omogenea, con il baricentro non coincidente con il centro, ha lo stesso comportamento del misirizzi: un solo punto di equilibrio stabile e uno solo instabile.

In una sfera omogenea, cioè con la stessa densità in ogni punto, ogni punto della superficie è invece di equilibrio stabile. In un ellissoide omogeneo di rotazione attorno all'asse maggiore dell'ellisse, sono di equilibrio stabile gli infiniti punti sulla circonferenza generata dall'asse minore, e di equilibrio instabile i due punti estremi dell'asse maggiore. In un ellissoide omogeneo di rotazione attorno all'asse minore dell'ellisse, sono invece di equilibrio stabile i due punti estremi dell'asse minore, e di equilibrio instabile gli infiniti punti sulla circonferenza generata dall'asse maggiore.

Nel 1995 l'eccentrico matematico russo Vladimir Arnold ha proposto il problema di trovare un solido omogeneo analogo al misirizzi: cioè con un solo punto di equilibrio stabile e uno solo di equilibrio instabile. Ovviamente sarebbe troppo facile risolverlo incavando una sfera omogenea: le concavità, infatti, non sono altro che versioni geometriche delle disomogeneità fisiche. Il problema di Arnold richiede dunque che il solido non sia solo omogeneo, ma anche convesso: cioè, appunto, senza concavità.

Da un lato si potrebbe pensare che il problema sia insolubile, perché la sua versione bidimensionale lo è: sul piano, una curva chiusa convessa ha infatti almeno quattro punti di curvatura,

massima o minima, e dunque una figura piana avente quella forma ha almeno quattro punti di equilibrio, stabile o instabile. Per esempio su un'ellisse la curvatura è massima agli estremi dell'asse maggiore, e minima agli estremi di quello minore.

La cosa è stata dimostrata nel 1909 da Syamadas Mukhopadhyaya, e la dimostrazione si basa sul fatto che, nei punti di massima o minima curvatura, il cerchio osculatore (cioè il cerchio tangente, il cui raggio è uguale a quello di curvatura) tocca la curva in un punto di quart'ordine, mentre in genere la tocca solo in un punto di terz'ordine (perché il cerchio osculatore è il limite dei cerchi secanti passanti per quel punto, e per altri due a destra e a sinistra sulla curva).

Dall'altro lato si potrebbe pensare che il problema sia invece banalmente solubile: per esempio con un cilindro a cui si tagliano obliquamente gli estremi in direzioni contrarie, come in un cannolo siciliano. C'è infatti un unico equilibrio stabile, sul lato più lungo, e c'è un equilibrio instabile, sul lato più corto. Purtroppo ci sono anche due altri equilibri instabili, meno intuitivi, sui due punti estremi.

Nel caso tridimensionale le supposte soluzioni non possono essere né troppo piatte, come i dischi volanti, perché avrebbero almeno due punti di equilibrio stabili, né troppo sottili, come le matite, perché ne avrebbero almeno due instabili. Le prime reali soluzioni sono state trovate nel 2006

dall'ingegner Gábor Domokos e dall'architetto Péter Várkonyi, entrambi ungheresi, in risposta alla domanda di Arnold.

Alcune delle soluzioni trovate sono piccole e appropriate variazioni della sfera. Ma una, chiamata *gömböc* (sferetta, o salsicciotto, in ungherese), è molto diversa: somiglia alla forma della tartaruga stellata indiana, dal carapace appuntito e con le scaglie a gobbe. E il motivo per cui questa forma sia stata selezionata è abbastanza ovvio: avere un unico punto di equilibrio stabile permette infatti a queste tartarughe di rimettersi in piedi molto più facilmente di quelle il cui carapace ha invece un altro punto di equilibrio stabile, e tende dunque a mantenerle a gambe in su, quando ci si trovano.



**Soluzione ungherese.** Una struttura gömböc, simile al carapace della tartaruga stellata indiana, con un solo punto di equilibrio stabile.