

di Piergiorgio Odifreddi

professore ordinario di logica matematica all'Università di Torino
e visiting professor alla Cornell University di Ithaca (New York)



Una formula che scotta

Prezzo di un'opzione in borsa e scambio di calore hanno una formula in comune

Il 25 gennaio scorso, durante una scenetta improvvisata all'assemblea degli azionisti del Monte dei Paschi di Siena, Beppe Grillo ha tuonato contro i derivati, sostenendo che «nessuno sa cosa sono», e contro il fondamento matematico della loro teoria, che ha descritto come «un anagramma di formule da malati di mente». Non sempre le battute di un comico fanno ridere, soprattutto se fatte dal «nessuno» che parla di cose che «non sa cosa sono». Ma su una rivista di scienze può invece essere interessante andare oltre, e cercare di risolvere il supposto anagramma.

Grillo ce l'aveva con la famosa formula di Black e Scholes, che appare in matematica e nella scienza in varie versioni e con varie applicazioni. La formula fu trovata nel 1973 da Fischer Black e Myron Scholes, in uno studio sui prezzi delle opzioni e i debiti delle società, e permette appunto di determinare il prezzo di un'opzione: di calcolare, cioè, quanto bisogna pagare oggi il diritto di acquistare (*call*) o vendere (*put*) domani un certo bene a un certo prezzo prefissato.

Questo genere di opzioni non è una novità moderna, sebbene negli ultimi decenni sia diventato il nucleo del mercato dei derivati, appunto. Sembra infatti che il primo contratto a opzione sia stato stipulato da Talete, quando prevede che il raccolto delle olive sarebbe stato particolarmente ricco, e quindi si assicurò in anticipo di poter usare i frantoi a un certo prezzo. Al momento buono esercitò la sua opzione, e poi cedette l'uso dei frantoi a un prezzo più alto di quello che aveva pagato, lucrando sulla differenza.

Fino al risultato di Black e Scholes, però, era difficile calcolare il prezzo di un'opzione. La formula che essi scoprirono, e che scatenò appunto il mercato dei derivati, risultò con il senno di poi essere la stessa dell'equazione del calore, trovata nel 1811 da Jean Baptiste Joseph Fourier: mentre questa permette di calcolare la diffusione della temperatura, quella di Black e Scholes permette analogamente di calcolare la diffusione dei prezzi. Entrambe, ovviamente, sotto opportune ipotesi, che in tutti e due i casi hanno a che fare con la casualità: del moto delle particelle in un mezzo,

nel caso di Fourier, e del comportamento dei prezzi in un mercato nel caso di Black e Scholes.

Una recente e sorprendente applicazione della stessa formula fu suggerita nel 1982 da Richard Hamilton, che in uno studio delle superfici tridimensionali a curvatura di Ricci positiva introdusse uno strumento essenziale: il flusso di Ricci, così chiamato in onore dell'italiano Gregorio Ricci-Curbastro, inventore del calcolo tensoriale usato da Einstein per la relatività generale. Il flusso sottopone una superficie a una trasformazione topologica, regolata da un'equazione analoga appunto a quella della diffusione del calore: in questo caso però a diffondersi uniformemente non è la temperatura, ma la curvatura media misurata dal tensore di Ricci.

Hamilton congetturò che il flusso lasciasse invariate le otto geometrie introdotte negli anni settanta da William Thurston, scomparso da poco (si veda *Il matematico impertinente*, in «Le Scienze» n. 531, novembre 2012). E che, inoltre, il suo effetto fosse di trasformare topologicamente qualunque pezzo canonico di una superficie in un altro avente una di queste geometrie.

Nel 2003, negli appunti sul tempo di estinzione finito per le soluzioni del flusso di Ricci su certe superfici tridimensionali, Grigory Perelman risolse l'ormai famosa congettura di Henri Poincaré, mostrando che il flusso di Ricci trasforma in un'ipersfera qualunque superficie su cui tutte le curve chiuse possono contrarsi a un punto senza rompersi. Con gli stessi metodi Perelman portò a termine il programma di

Hamilton e dimostrò la congettura di Thurston, che caratterizza le superfici tridimensionali, suddividendole in pezzi canonici e assestando a ciascuna una delle otto possibili geometrie.

Per chi non lo sapesse, Talete era considerato uno dei sette saggi dell'antichità. Il nome di Fourier è osannato quotidianamente in tutto il mondo, grazie alle serie e alle trasformate da lui introdotte per studiare l'equazione del calore. Scholes ha vinto nel 1997 il premio Nobel per l'economia (Black era morto due anni prima). E Perelman ha vinto nel 2006 la medaglia Fields, e nel 2010 uno dei premi del Millennio del Clay Institute.

Una bella lista di «malati di mente», non c'è che dire ...



Matematica in azione. Il Chicago Board of Trade, dove si scambiano *future* e opzioni, studiate anche dei matematici.