

Intervista a SHIGEFUMI MORI

Piergiorgio Odifreddi

Fra il 1891 e il 1941 la scuola italiana di geometria di Guido Castelnuovo, Federigo Enriques e Francesco Severi ottenne lo spettacolare risultato della classificazione delle varietà algebriche bidimensionali (o superfici). In alcuni casi gli italiani dimostrarono il risultato in maniera completa, mentre in altri casi le dimostrazioni rimasero incomplete perchè mancavano ancora i mezzi tecnici necessari, che vennero sviluppati soltanto negli anni '50 da Kunihiko Kodaira, e gli valsero la medaglia Fields nel 1954. Per questo motivo il teorema di classificazione delle varietà algebriche bidimensionali si chiama oggi di Enriques-Kodaira.

Il più complicato caso dello studio delle varietà algebriche tridimensionali fu inizialmente intrapreso da Corrado Segre e Gino Fano, ma in questo caso la mancanza di mezzi tecnici adeguati fu ancora più limitativa che nel precedente, e non permise alla scuola italiana di andare oltre sia pur notevoli intuizioni e congetture. Lo sviluppo della tecnologia necessaria fu invece uno degli spettacolari risultati della scuola giapponese di geometria algebrica di Heisuke Hironaka e Shigefumi Mori, che ottennero per i loro lavori la medaglia Fields nel 1970 e nel 1990.

Abbiamo intervistato Mori a Torino il 3 ottobre 2002, in occasione della "*laurea honoris causa*" assegnatagli dall'Università nel corso delle celebrazioni del cinquantenario della morte di Fano.

Per cominciare dagli inizi, qual è il suo ritratto di matematico da giovane?

E' una domanda ufficiale?

Se vuole, posso fingere di non sentire.

No, no, scherzavo. Il fatto è che da bambino ero un buono a nulla: non riuscivo bene in niente, compresa la matematica, e mi mancava ogni sicurezza. I miei genitori mi mandavano al doposcuola al pomeriggio, perchè lavoravano, e non ero bravo nemmeno lì. Ma un giorno misero in palio una torta per la soluzione di un problema aritmetico, e la vinsi io. Questo mi ha dato un minimo di sicurezza: non molta, ma abbastanza per cominciare.

E quando ha deciso che sarebbe diventato un matematico?

Negli ultimi anni del liceo, a Nagoya. Mi accorsi che ero diventato bravo in matematica, non so perchè: forse ero maturato intellettualmente.

Ricorda un momento particolare?

In quegli anni leggevo un mensile per studenti che si preparavano all'esame di ammissione all'università, e vi trovai dei problemi che mi attrassero. Non erano avanzati, ma per risolverli ho dovuto imparare a concentrarmi e pensare in profondità.

E come funziona il suo pensiero matematico?

Ad alti e bassi. Quand'ero giovane e attaccavo un problema, ci lavoravo per mesi e alla fine mi sentivo spassato: per un po' di tempo non riuscivo più pensare, e potevo solo leggere romanzi polizieschi. E gli alti e bassi ci sono non solo alla lunga, ma anche alla breve: anche nei periodi creativi esistono momenti di ispirazione e fasi di sedimentazione. In queste fasi leggo storie brevi o racconti, per rinfrescare la mente.

Visto che il suo campo è la geometria algebrica, lei pensa più in termini di immagini geometriche o di calcoli algebrici?

Io scriverei piuttosto che mi interesso di "geometria ALGEBRICA", con le maiuscole, perchè sono sostanzialmente un algebrista. La visualizzazione in immagini mi serve solo per aiutare l'ispirazione. O per parlare di certe cose in un'intervista.

Parliamone, allora. Che cosa visualizza, quando pensa alle superfici e alle varietà algebriche?

Non è facile dirlo. Alcune entità matematiche sono molto difficili da spiegare ai non addetti ai lavori, e le varietà algebriche sono fra quelle.

Credevo che averne una descrizione in termini di equazioni rendesse le cose più semplici.

Questo è precisamente il punto di vista della geometria algebrica, ma la gente non la pensa così: in genere le equazioni non piacciono!

Che cosa succede, dunque, nell'immaginazione?

La stessa cosa che è successo nell'impressionismo o nel cubismo, quando si è cercato di svincolarsi dalle restrizioni della rappresentazione realistica, o di disegnare qualcosa che è impossibile da disegnare, perchè ha troppe dimensioni rispetto alle due della tela.

Più precisamente?

A ogni varietà algebrica si può associare quello che Hironaka chiamò un cono di curve, che nei casi più semplici assomiglia effettivamente a un cono di gelato. Io ho scoperto che in casi più complessi una parte del cono ha invece una struttura piramidale: i lati della piramide si chiamano "raggi estremali", e codificano una particolare informazione geometrica.

E come si esplicita il passaggio dalle varietà algebriche ai coni associati?

Io non cerco di esplicitare il processo intermedio. D'altronde, Picasso non spiegava perchè disegnasse una persona con una testa piramidale o un naso a cono: questi sono fatti dell'artista, e non devono interessare chi guarda il quadro.

E i coni sono sufficienti per classificare queste varietà?

No, perchè contengono solo una parte dell'informazione possibile. E' come in economia: c'è un'infinità di possibili indicatori numerici, ma se ne scelgono solo alcuni: il problema è di capire cosa significano. Nel caso dei coni, quando la parte piramidale non c'è si ha quello che si chiama un "modello minimale", e la classificazione di Enriques e Kodaira delle varietà a due dimensioni è, in essenza, una classificazione dei loro modelli minimali.

Come arrivò Kodaira a interessarsi di queste cose "italiane"?

Non saprei: credo attraverso Zariski, che era stato a lungo in Italia. Forse può suonare strano, ma un matematico può lavorare in un certo campo anche senza conoscerne la storia!

Ha conosciuto Kodaira personalmente?

L'ho incontrato un paio di volte. La prima volta ho seguito qualche conferenza che venne a dare all'Università di Kyoto, dove studiavo, ma non gli ho parlato. La seconda volta fummo presentati, dopo che avevo vinto la medaglia Fields: abbiamo chiaccherato un po', ma non molto.

Però avrà studiato i suoi lavori.

Sì, ma non ero un bravo studente! Non ero interessato alla sua teoria della classificazione, ma ad altre cose: in particolare, alla congettura di Hartshorne (tecnicamente, si trattava di dimostrare che se la curvatura di una varietà algebrica è sempre positiva, allora si tratta di uno spazio proiettivo). Era un problema molto difficile, e io ne affrontai un caso particolare. Credetti di averlo dimostrato, ma poi mi accorsi che la dimostrazione non funzionava. L'argomento però dimostrava qualcos'altro, cioè l'esistenza della parte piramidale del cono di Hironaka al quale ho accennato prima, e quello divenne il mio miglior risultato.

Hironaka l'ha conosciuto meglio di Kodaira?

Certamente. Quand'ero laureando lui tornò in Giappone dagli Stati Uniti, e tenne un corso semestrale che seguii. Un giorno sono andato in mensa e l'ho visto: ho deciso di parlargli, anche se temevo di disturbarlo, ma lui si rivelò molto gentile e facile da avvicinare. Mi diede un paio di esempi molto interessanti, e fu una delle cause che mi spinsero a entrare in questo campo.

Come si arrivò alla classificazione delle varietà algebriche a tre dimensioni?

Da principio si cercò di estendere l'approccio per le varietà a due dimensioni, cercando di costruire modelli minimali simili, ma senza successo. C'erano varie difficoltà, e a un certo punto si cominciò a credere che non ci fossero sempre. Ad esempio, si trovarono varietà che non hanno modelli minimali lisci, senza singolarità.

Ma Hironaka non aveva dimostrato che si possono sempre eliminare le singolarità?

Sì, ma in quel modo si esplodono i modelli e si va nella direzione contraria della minimalità. Intuitivamente, un modello minimale è qualcosa che non si può rimpicciolire, mentre l'eliminazione di una singolarità allarga una varietà.

Ma alla fine lei riuscì a trovare modelli minimali per tutte le varietà tridimensionali e a classificarle, no?

A dire il vero, io ho solo ottenuto i modelli minimali. La loro classificazione l'ho lasciata fare ad altri: come ho detto, non era questo il mio interesse.

E che relazioni ci sono con la classificazione di Thurston delle superfici topologiche tridimensionali?

Le varietà algebriche tridimensionali sono complesse, quindi si tratta in realtà di superfici a sei dimensioni. Si possono ottenere superfici tridimensionali restringendosi ai loro punti reali, ma non saprei come queste superfici si situano nella classificazione topologica.

In topologia i casi difficili della classificazione sono quelli a tre o quattro dimensioni, mentre in dimensioni maggiori le cose diventano più semplici. E' lo stesso in geometria algebrica?

Non credo. La mia impressione è che, col crescere delle dimensioni, le cose si complicano.

Una volta completato il programma dei modelli minimali, di che cosa si è interessato?

Di una generalizzazione delle varietà, che si ottiene mettendo insieme pezzi di varietà che non combaciano perfettamente. E' di nuovo come nei dipinti di Picasso, dove ci sono vari pezzi di immagini che non si amalgamano completamente.

E cosa vorrebbe ancora avere dalla matematica, in futuro?

Ho già ottenuto tanto, non saprei proprio cosa chiedere di più.

Non ci sono particolari problemi che vorrebbe risolvere?

Non sono un tipo da far congetture.

Solo in matematica, o anche nella vita?

In entrambe, direi!